



Universidad Nacional de San Luis  
Facultad de Ingeniería y Ciencias Agropecuarias

***DISEÑO E IMPLEMENTACION DE UN CONTROL PARA UN  
ROBOT BALANCÍN***

Artoni Benjamín

Trabajo final de Ingeniería Mecatrónica

Director

Ing. Lucas Luciano Martín Fernández

Codirector

Ing. Fernando Adrián Mezzano

Villa Mercedes, San Luis

Año 2025

## **DERECHO DE AUTOR**

© 2025, Benjamín Artoni.

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento.

## **DEDICATORIA**

A mi familia, por ser el pilar fundamental en esta etapa de mi vida.

A mis padres, por su amor incondicional, sus enseñanzas y su apoyo constante, que me impulsaron a alcanzar cada uno de mis objetivos.

A mis hermanos, por su compañía, su confianza y su aliento.

A mis abuelos, por ser ejemplo de esfuerzo, dedicación y valores, que me acompañaron y guiaron a lo largo de este camino.

A mis compañeros de facultad, que a lo largo de este recorrido se transformaron en grandes amigos.

A todos ellos, dedico este trabajo con profundo agradecimiento y cariño.



## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco profundamente a mi familia, por su apoyo incondicional, su paciencia y su constante aliento a lo largo de toda la carrera y, especialmente, durante la realización de este proyecto. Sin su acompañamiento, este logro no habría sido posible.

Agradezco a los profesores Lucas Martín Fernández y Fernando Mezzano, por su guía, su dedicación y su compromiso durante todo el desarrollo de este trabajo, brindándome no solo conocimientos técnicos, sino también una valiosa formación humana y profesional.

Al Laboratorio de Control Automático (LCA), por facilitarme los recursos, el espacio y el acompañamiento necesarios para la concreción de este proyecto, así como por fomentar un ambiente de aprendizaje y colaboración.

A mis amigos y compañeros de carrera, quienes, a través de largas jornadas de estudio, intercambios de ideas y momentos compartidos, fueron un apoyo fundamental tanto en lo académico como en lo personal.

A todos los docentes que formaron parte de mi formación a lo largo de la carrera, por transmitir sus conocimientos, su pasión por la ingeniería y sus valores profesionales.

Finalmente, agradezco a la Universidad Nacional de San Luis, por brindarme la oportunidad de formarme como ingeniero, apostando a la educación pública, gratuita y de calidad, con el compromiso de contribuir al desarrollo económico y social de Argentina.

## RESUMEN

El presente trabajo final de ingeniería, titulado “*Diseño e Implementación de un Control Para un Robot Balancín*”, tiene como objetivo continuar el desarrollo de un prototipo físico previamente construido durante la Práctica Profesional Supervisada. El dispositivo fue diseñado como una plataforma experimental que simula el comportamiento de un dron en un único grado de libertad, dentro de un entorno seguro y controlado. En esta nueva etapa, se buscó modelar su dinámica, implementar un sistema de control automático y validar su funcionamiento, con el fin de convertirlo en una herramienta educativa.

El proyecto parte de un sistema que operaba a lazo abierto, y a partir de allí se llevaron a cabo múltiples actividades orientadas a dotarlo de un sistema de control automático. En primer lugar, se desarrolló un modelo matemático del comportamiento del sistema, lo cual permitió entender su dinámica y sentar las bases para diseñar una estrategia de control. Posteriormente, se diseñó un controlador utilizando herramientas de simulación, el cual fue implementado en el prototipo físico.

Con el objetivo de asegurar la correcta relación entre el modelo teórico y el comportamiento real del sistema, se realizaron ensayos experimentales que permitieron validar y ajustar el modelo. A su vez, se desarrolló una interfaz gráfica intuitiva que facilita la visualización del comportamiento del sistema y el ajuste de parámetros de control.

El trabajo también incluyó un análisis de costos, donde se evaluó la viabilidad de replicar el prototipo con fines educativos. Finalmente, se analizó su impacto académico, constatando su utilidad tanto para introducir conceptos básicos de dinámica y control, como para profundizar en técnicas avanzadas. Como cierre, se propusieron mejoras futuras orientadas a ampliar sus capacidades.

Este trabajo demuestra cómo, a partir de un diseño inicial sencillo, es posible desarrollar una plataforma completa que combina teoría, práctica y tecnología en una experiencia de aprendizaje significativa, adaptable a diferentes niveles de formación en ingeniería.

**Palabras claves** — Controlador PID, Dispositivo educativo, Interfaz gráfica, Modelado matemático, Robot balancín, Validación experimental.

# ÍNDICE DE CONTENIDO

CAPITULO 1: Propuesta .....	12
1.1 Introducción.....	12
1.1.1 Presentación del Trabajo.....	12
1.1.2 Planteamiento del Problema.....	12
1.2 Objetivos .....	13
Objetivo general .....	13
Objetivos específicos .....	13
1.3 Alcances y limitaciones.....	14
1.4 Justificación.....	14
1.5 Marco teórico.....	15
1.5.1 Introducción conceptual.....	15
1.5.2 Conceptos Fundamentales de Control.....	17
1.5.3 Discretización de Sistemas.....	20
1.5.4 Conceptos Estadísticos Aplicados a la Validación .....	22
1.6 Estado del arte .....	24
1.6.1 Ámbito Académico Local .....	24
1.6.2 Nivel Global.....	25
CAPITULO 2: Modelado Matemático.....	27
2.1 Descripción del sistema físico.....	27
2.2 Modelado dinámico.....	29
2.2.1 Simplificaciones realizadas.....	31
2.2.2 Extensión del modelo para mayor precisión. ....	31
2.3 Validación de las simplificaciones.....	32
2.4 Determinación de las constantes del sistema .....	35
2.4.1 Análisis Experimental del Empuje en Función del Voltaje.....	35



Evaluación de la Variabilidad y Determinación del Valor Promedio.....	37
2.4.2 Calculo del momento de inercia.....	38
2.5 Verificación de unidades.....	39
2.6 Análisis con MATLAB .....	40
2.7 Ajuste del Modelo Matemático: Incorporación de la Fricción.....	41
2.7.1 Modificación del Modelo con el efecto de la Fricción .....	41
2.7.2 Determinación del coeficiente de fricción.....	42
Verificación de unidades con fricción .....	43
2.7.3 Simulación en MATLAB con fricción incorporada .....	44
CAPITULO 3: Diseño del Controlador .....	46
3.1 Análisis de Estabilidad en el Dominio de Laplace .....	46
3.2 Estrategia de Control .....	47
3.2.1 Diseño del Control PID .....	49
Condición de Estabilidad .....	50
3.3 Diseño del control.....	50
3.4 Control Representado en Ecuaciones en Diferencias .....	54
3.4.1 Discretización del termino proporcional $K_p$ .....	55
3.4.2 Discretización del termino integral $K_i/s$ .....	55
3.4.3 Discretización del termino derivativo $K_d*s$ .....	56
3.3.4 Controlador PID expresado en ecuaciones en diferencias.....	56
3.4.5 Implementación en <i>Simulink</i> .....	57
CAPITULO 4: Validación Experimental del Modelo Teórico: Comparativa de Respuestas entre la Función de Transferencia y la Planta Física .....	61
CAPITULO 5: Implementación y Ajuste del Controlador a Lazo Cerrado en el Prototipo Físico	66
5.1 Ensayos y Análisis de Desempeño.....	67
5.1.1 Ensayo 1: Respuesta ante perturbaciones impulsivas.....	68
5.1.2 Ensayo 2: Respuesta ante Variaciones Paramétricas .....	69



5.1.3 Ajuste de Parámetros del Controlador PID .....	70
5.2 Análisis del Rechazo de Perturbaciones en el Sistema en Lazo Cerrado .....	72
CAPITULO 6: Interfaz Grafica .....	74
CAPITULO 7: Análisis de Costos .....	76
7.1 Optimación de Costos .....	78
7.1.1 Escenario 1: Dispositivo para Aplicaciones no Demostrativas .....	78
7.1.2 Escenario 2: Implementación de un Controlador Alternativo.....	79
7.1.3 Escenario 3: Uso de la Estructura Mecánica. ....	79
CAPITULO 8: Impacto Académico y Educativo del Proyecto .....	81
8.1 Aplicación en la Materia <i>Sistemas de Control</i> .....	81
8.2 Implementación en la Materia " Control Digital de Sistemas Mecatrónicos" .....	85
8.3 Uso en eventos de Divulgación Científica y Tecnológica .....	86
8.4 Plataforma para Futuros Proyectos y Desarrollos.....	86
CAPITULO 9: Propuestas de Mejoras .....	87
9.1 Integración de Motores Brushless y Electrónica de Potencia Avanzada .....	87
9.2 Diseño de una Estructura de Aislamiento para Seguridad Operativa .....	88
9.3 Implementación de una Interfaz SCADA para Supervisión y Control. ....	90
9.4 Rediseño del Sistema de Rotación para Evolución hacia un Cuadricóptero .....	90
CAPITULO 10: Conclusiones .....	93
Glosario.....	94
Referencias Bibliográficas .....	95
Anexo A – Manual de Uso del Prototipo .....	96



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Elementos de un diagrama de bloques.....	18
Figura 2. Estados de Inclinación del balancín según $V_{iz}$ y $V_{de}$ . .....	29
Figura 3. Método experimental para la validación de la relación voltaje-empuje.....	33
Figura 4. Relación entre voltaje aplicado y empuje generado – Motor derecho. ....	34
Figura 5. Relación entre voltaje aplicado y empuje generado – Motor Izquierdo .....	34
Figura 6. Código en MATLAB y respuesta del sistema ante una entrada escalón unitario. ....	40
Figura 7. Código en MATLAB y respuesta del sistema corregido ante una entrada escalón unitario. ....	44
Figura 8. Diagrama de bloques del sistema con control PID.....	48
Figura 9. Respuesta al escalón de la función de transferencia de la referencia y arquitectura de control. ....	51
Figura 10. Respuesta del sistema con el controlador diseñado en <i>sisotool</i> . ....	52
Figura 11. Implementación del controlador en tiempo continuo y respuesta del sistema ante referencia y perturbación.....	53
Figura 12 Implementación del controlador en tiempo discreto y comparación de la respuesta del sistema con control en tiempo continuo y discreto.....	54
Figura 13. Código del controlador con los términos por separado. ....	58
Figura 14. Diagrama de bloques con el control basado en ecuaciones en diferencias por términos .....	58
Figura 15. Señales de control por términos – proporcional, integral y derivativo.....	59
Figura 16. Respuesta de la planta ante una referencia y una perturbación. ....	59
Figura 17. Diagrama de bloques con el control basado en ecuaciones en diferencias completo. ....	60
Figura 18. Esquema de adquisición de datos mediante entrada analógica y prueba de salida digital.....	61
Figura 19. Diagrama de bloques en <i>Simulink</i> para implementación del control en la planta real. ....	62
Figura 20. Comparación entre la respuesta de la planta simulada y la planta real.....	63
Figura 21. Ancho de pulso aplicado a los motores izquierdo y derecho en estado estable.....	65



Figura 22. Ecuaciones en diferencias programadas en Arduino. ....	66
Figura 23. Visualización en tiempo real del PWM y el ángulo en la pantalla LCD. ....	67
Figura 24. Estructura de soporte preparada para la aplicación de perturbaciones impulsivas. .	68
Figura 25. Masas de perturbación y su aplicación en el dispositivo. ....	69
Figura 26. Sistema en lazo cerrado sujeto a perturbaciones. ....	72
Figura 27. Secuencia de visualización del menú en la pantalla LCD. ....	75
Figura 28. Proporción de costos: adquiridos, reciclados y donados. ....	78
Figura 29. Presentación del prototipo ante los alumnos de Sistemas de Control. ....	81
Figura 30. Resultados de la Pregunta 1: Nivel de comprensión del control PID a partir del uso del dispositivo. ....	82
Figura 31. Resultados de la Pregunta 2: Utilidad percibida del ajuste en tiempo real de parámetros PID. ....	82
Figura 32. Resultados de la Pregunta 3: Opinión sobre la incorporación del dispositivo como herramienta didáctica en la materia. ....	83
Figura 33. Resultados de la Pregunta 4: Interés en realizar un proyecto similar dentro de la carrera. ....	83
Figura 34. Resultados de la Pregunta 5: Aspectos del dispositivo que los alumnos mejorarían. ....	83
Figura 35. Kit de motor brushless completo con hélice, ESC y adaptadores. ....	88
Figura 36. Propuesta de estructura de protección removible con malla metálica para cubrir zonas móviles. ....	89
Figura 37. Ejemplo de rótulas esféricas. ....	91
Figura 38. Diseño renderizado de la posible estructura de soporte adaptada para cuatro motores. ....	92

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Mediciones experimentales de empuje para los motores izquierdo y derecho.....	33
Tabla 2. Estimación Experimental del Coeficiente de Fricción.....	43
Tabla 3. Componentes para la construcción de la fuente. ....	76
Tabla 4. Componentes para la construcción de la estructura mecánica. ....	77
Tabla 5. Componentes necesarios para el control.....	77



# CAPITULO 1: Propuesta

## 1.1 Introducción

### 1.1.1 Presentación del Trabajo

Este trabajo final se enfocó en el diseño e implementación de un sistema de control a lazo cerrado para un robot balancín, una plataforma experimental que simula el comportamiento de un dron en un único grado de libertad. El prototipo fue previamente desarrollado durante la Práctica Profesional Supervisada (PPS) *“Diseño y Construcción de un Robot Balancín para Demostración de Técnicas de Control y Simulación de Drones en Grados de Libertad Limitados”* [1], instancia en la cual se abordó su construcción y funcionamiento en lazo abierto. En esta nueva etapa, el proyecto evoluciona hacia una herramienta educativa, intuitiva y versátil, orientada a la enseñanza de técnicas de control automático.

El proyecto surgió de la necesidad de transformar un sistema que funcionaba únicamente en lazo abierto en una plataforma capaz de mantener el equilibrio de forma automática, permitiendo así estudiar el comportamiento dinámico del sistema físico y la aplicación de técnicas de control en la planta. Para lograr esto, se modeló la dinámica del sistema, se diseñó un controlador PID en un entorno de simulación, se lo implementó en el prototipo físico y se aplicó una interfaz amigable, todo ello optimizando al máximo los recursos disponibles.

El sistema desarrollado no solo permitió estabilizar el movimiento del robot, sino que también sirvió como medio para validar el modelo matemático mediante la comparación entre simulaciones y ensayos experimentales. Además, se incorporó una interfaz gráfica que facilita la visualización de datos y el ajuste de parámetros, lo cual potencia su uso como herramienta educativa y de demostración.

### 1.1.2 Planteamiento del Problema

En el cursado de la asignatura Sistemas de Control, los estudiantes se enfrentan a conceptos que, en muchos casos, resultan complejos y abstractos, especialmente para quienes no cuentan con experiencia previa en la temática. Esta dificultad puede generar desmotivación y limitar la comprensión profunda de los contenidos.



Ante esta situación, se propuso el desarrollo de un prototipo físico que acompañe el proceso de enseñanza, el cual se abordó en dos etapas. En la primera, se construyó el dispositivo funcionando en lazo abierto. En esta segunda etapa, se implementó un controlador PID, junto a una interfaz gráfica interactiva, que permite modificar parámetros y observar en tiempo real cómo estos afectan el comportamiento del sistema. Este enfoque permite que los alumnos puedan relacionar directamente los conceptos teóricos con una experiencia práctica tangible.

Además, al tratarse de un sistema físico con movimiento visible, también resulta útil para la divulgación del trabajo ingenieril, sirviendo como herramienta para fomentar el interés en las carreras de ingeniería, tanto en entornos educativos como en actividades de extensión.

## 1.2 Objetivos

### Objetivo general

El objetivo principal del trabajo es implementar un sistema de control a lazo cerrado en el robot balancín para estabilizar su movimiento de manera eficiente. Se busca también validar el modelo matemático de la planta mediante simulaciones y comparar los resultados con el comportamiento real. Por último, se espera obtener un prototipo funcional que sirva como plataforma educativa.

### Objetivos específicos

- Desarrollar un modelo matemático que describa la dinámica del robot balancín.
- Simular el modelo matemático utilizando software de simulación y herramientas de control.
- Comparar los resultados simulados con el comportamiento real de la planta.
- Implementar y ajustar un controlador a lazo cerrado en el prototipo físico.
- Documentar el análisis de costos y viabilidad de la implementación en proyectos similares.
- Crear una plataforma educativa que pueda ser utilizada.



## 1.3 Alcances y limitaciones

El alcance de este proyecto comprendió el diseño e implementación de un sistema de control a lazo cerrado para un robot balancín previamente construido. Se desarrolló un modelo matemático que describe su dinámica, se diseñó un controlador PID utilizando herramientas de simulación, y se implementó en el prototipo físico. Además, se integró una interfaz gráfica, de fácil acceso, que permite modificar parámetros del control y visualizar en tiempo real el comportamiento del sistema, con fines didácticos.

No obstante, el proyecto presentó ciertas limitaciones, entre las que se destacan las restricciones presupuestarias, la disponibilidad de software especializado y las limitaciones inherentes a la estructura física del prototipo. Estas condiciones establecieron los márgenes dentro de los cuales se definió el desarrollo y validación del sistema.

## 1.4 Justificación

El desarrollo de este proyecto responde a la necesidad de contar con una herramienta didáctica que facilite la comprensión de los conceptos fundamentales de control automático, particularmente en las primeras etapas de formación en ingeniería. La implementación de un sistema físico controlado mediante un controlador PID brinda una experiencia concreta y enriquecedora, al permitir la visualización directa del comportamiento dinámico del sistema y favorecer la integración entre la teoría y la práctica.

Además, la incorporación de una interfaz gráfica interactiva permite experimentar en tiempo real con distintos parámetros de control, promoviendo el aprendizaje activo y el análisis crítico. Esto no solo mejora la calidad de las prácticas educativas, sino que también contribuye a la motivación de los estudiantes al presentar un entorno moderno y accesible para la exploración de técnicas de control.

Por otro lado, el prototipo desarrollado puede ser utilizado como material de divulgación científica, permitiendo mostrar de forma sencilla y visual el trabajo de los ingenieros en el campo del control de sistemas dinámicos. De esta manera, también cumple un rol en la promoción de las carreras de ingeniería, despertando el interés del público general.



## 1.5 Marco teórico

### 1.5.1 Introducción conceptual

¿Qué es un dron?

Un dron es un vehículo no tripulado, es decir, un sistema capaz de desplazarse sin la necesidad de un operador humano a bordo. Puede operar de forma remota o de manera autónoma, en función de las instrucciones programadas o del entorno. Los drones pueden ser aéreos, terrestres, marítimos o submarinos, y su diseño varía según la aplicación para la que fueron desarrollados.

Estos sistemas combinan tecnologías de navegación, sensores, comunicaciones y control automático. Su uso se ha extendido en múltiples áreas, como la agricultura, la logística, la defensa, la inspección industrial y la investigación científica. El término "dron" es más comúnmente asociado a los vehículos aéreos no tripulados (UAV, por sus siglas en inglés: *Unmanned Aerial Vehicle*), pero su definición abarca una gama mucho más amplia de plataformas autónomas o semiautónomas.

¿Qué es un cuadricóptero?

Un cuadricóptero (o quadcopter, en inglés) es un tipo específico de vehículo aéreo no tripulado (UAV) que se caracteriza por tener cuatro rotores dispuestos en forma de cruz. Cada rotor está compuesto por un motor y una hélice, y su funcionamiento coordinado permite controlar la orientación y el desplazamiento del vehículo en el espacio tridimensional.

El control del cuadricóptero se basa en variar la velocidad de rotación de cada motor para generar fuerzas y momentos que le permitan elevarse, descender, avanzar, retroceder, girar o mantenerse en equilibrio. A diferencia de un helicóptero tradicional, que utiliza el paso variable de las palas del rotor principal y, en muchos casos, un rotor de cola para controlar su orientación y desplazamiento, el cuadricóptero no requiere superficies móviles. Todo su control se logra únicamente mediante el ajuste de velocidad de sus motores.

Este tipo de configuración es popular por su simplicidad mecánica, estabilidad y maniobrabilidad, lo que lo hace ideal para aplicaciones recreativas, comerciales y de investigación.



¿Qué es un grado de libertad?

En mecánica y robótica, un grado de libertad (DOF, por sus siglas en inglés: *Degree of Freedom*) representa la cantidad de movimientos independientes que un sistema físico puede realizar. Cada grado de libertad corresponde a un tipo de movimiento posible: traslación lineal en un eje o rotación angular alrededor de un eje. [2]

Por ejemplo, un cuerpo rígido en el espacio tridimensional puede tener hasta seis grados de libertad: tres de traslación (en los ejes X, Y y Z) y tres de rotación (alrededor de esos mismos ejes).

¿Qué es un robot con un grado de libertad?

En el campo de la robótica, un robot con un único grado de libertad (1-DOF) se define como un sistema mecánico capaz de realizar movimiento a lo largo de una sola trayectoria independiente. Esta trayectoria puede manifestarse como una traslación lineal a lo largo de un eje específico o como una rotación angular alrededor de un eje determinado. La característica distintiva de estos robots reside en su restricción a un único tipo de movimiento fundamental, excluyendo la posibilidad de movimientos combinados o la actuación simultánea en múltiples ejes. [3]

La simplicidad inherente a los robots de un grado de libertad los convierte en plataformas valiosas para la investigación y la enseñanza de principios fundamentales de la dinámica y el control de sistemas. A pesar de su limitada capacidad de movimiento en comparación con sistemas robóticos más complejos, los robots 1-DOF proporcionan una base conceptual y experimental esencial para comprender y desarrollar estrategias de control automático, que pueden extenderse a manipuladores con múltiples grados de libertad

¿Por qué este proyecto puede considerarse como un robot/dron en un grado de libertad?

El robot balancín desarrollado en este proyecto posee un único grado de libertad, ya que su movimiento se restringe a una oscilación alrededor de un eje central fijo. Esta característica, junto con la utilización de dos grupos motor/hélice, lo convierte en una versión simplificada de un dron, específicamente de un cuadricóptero, cuyo comportamiento completo puede descomponerse en distintos ejes de rotación y traslación.



Al enfocarse en un solo eje, el proyecto permite estudiar de forma controlada el comportamiento dinámico y la aplicación de estrategias de control automático en un entorno físico real, lo que lo convierte en una valiosa herramienta educativa. Este enfoque también simplifica el análisis matemático y la implementación del sistema de control, sin dejar de representar fielmente los desafíos fundamentales que se presentan en sistemas con múltiples grados de libertad, como en los UAV.

## 1.5.2 Conceptos Fundamentales de Control

### Control en lazo abierto y lazo cerrado

Un sistema de control en lazo abierto es aquel en el que la salida no influye directamente sobre la acción de control. Es decir, no se realiza ningún tipo de medición o retroalimentación de la salida para compararla con la entrada. Este tipo de sistemas actúa únicamente en función de la señal de entrada y las condiciones internas del controlador.

Por el contrario, en un sistema de control en lazo cerrado, la señal de salida se mide y se compara con la señal de referencia. Esta comparación genera una señal de error, la cual se utiliza como entrada del controlador para ajustar la acción de control de manera que la salida se acerque al valor deseado. Este mecanismo de retroalimentación permite reducir el error del sistema y mejorar su precisión y estabilidad frente a perturbaciones o variaciones en el entorno. [4]

### Estabilidad del sistema

En el contexto de sistemas dinámicos y control automático, la estabilidad se refiere a la capacidad de un sistema de mantener su comportamiento dentro de límites predecibles ante perturbaciones externas o condiciones iniciales no nulas. Un sistema es considerado estable si, ante una entrada acotada o una pequeña perturbación, su respuesta no diverge con el tiempo. [5]

Existen distintos tipos de estabilidad, entre los cuales se destacan:

- Estabilidad asintótica: el sistema no solo permanece acotado, sino que su salida tiende a cero (o al valor de equilibrio) con el tiempo. Es el tipo de estabilidad más



deseada en sistemas de control, ya que garantiza que el error disminuye con el tiempo.

- Estabilidad marginal: el sistema no diverge, pero tampoco tiende a cero. Se mantiene oscilando de forma constante o estacionaria. Un ejemplo común es un sistema sin amortiguamiento donde la respuesta permanece perpetuamente oscilante.
- Inestabilidad: si ante una perturbación, el sistema genera una respuesta que crece sin límite, se lo considera inestable. En estos casos, cualquier pequeño error puede llevar al sistema a condiciones peligrosas o fuera de control.

La estabilidad es un criterio fundamental al momento de diseñar un sistema de control. En este proyecto, garantizar que el robot balancín mantenga su posición de equilibrio frente a perturbaciones representa el principal desafío, y la implementación de un controlador PID busca justamente alcanzar esa estabilidad deseada.

#### Diagrama de bloques

En ingeniería de control, los sistemas suelen estar formados por múltiples componentes que interactúan entre sí. Para representar gráficamente estas interacciones y la función que cumple cada parte del sistema, se utiliza una herramienta llamada diagrama de bloques.

Un diagrama de bloques ilustra el flujo de señales entre los distintos elementos del sistema y muestra cómo cada componente transforma su entrada en una salida. Cada bloque representa una operación matemática o una función de transferencia, mientras que las flechas indican la dirección del flujo de la señal. Es importante destacar que estas señales se propagan únicamente en la dirección indicada por las flechas, lo que le otorga al diagrama un carácter unidireccional. [4] Como se observa en la figura 1.



Figura 1. Elementos de un diagrama de bloques  
Fuente: tomada de [4]



## Control PID

El controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo) es una de las estrategias de control más utilizadas en sistemas dinámicos debido a su simplicidad, efectividad y fácil implementación. Su función principal es calcular una señal de control a partir del error entre la referencia deseada y la salida medida del sistema, con el objetivo de minimizar ese error a lo largo del tiempo.

La señal de control  $u(t)$  en un controlador PID continuo se calcula como:

$$u(t) = Kp \cdot e(t) + Ki \int_0^t e(t)dt + Kd \cdot \frac{de(t)}{dt} \quad (1)$$

Donde:

- $e(t)$  es el error instantáneo: la diferencia entre la referencia y la salida del sistema.
- $Kp$  es la ganancia proporcional, que actúa sobre el valor instantáneo del error.
- $Ki$  es la ganancia integral, que corrige errores acumulados a lo largo del tiempo.
- $Kd$  es la ganancia derivativa, que anticipa el comportamiento futuro del error analizando su variación.

Cada término cumple una función específica:

- El término proporcional reduce el error presente.
- El término integral elimina el error en estado estacionario.
- El término derivativo mejora la estabilidad y la velocidad de respuesta del sistema, anticipando los cambios. [4]

El ajuste adecuado de estos tres parámetros permite moldear el comportamiento del sistema controlado en términos de rapidez, precisión y estabilidad. Debido a esto, el controlador PID es ampliamente utilizado tanto en sistemas industriales como en aplicaciones educativas y experimentales, como el robot balancín desarrollado en este proyecto.



### 1.5.3 Discretización de Sistemas

En el contexto del control digital, los sistemas que originalmente están definidos en tiempo continuo deben ser convertidos a una representación en tiempo discreto para poder ser implementados en microcontroladores o computadoras, como es el caso del Arduino utilizado en este proyecto. Este proceso se conoce como discretización de sistemas.

La discretización permite transformar ecuaciones diferenciales en ecuaciones en diferencias, que son más adecuadas para su resolución mediante algoritmos computacionales que operan a intervalos de muestreo definidos. Este paso es crucial para la implementación práctica del control automático, ya que, en sistemas reales, la lectura de sensores y el envío de señales de control ocurren de forma periódica y no continua.

#### Discretización de sistemas

Discretizar un sistema consiste en transformar su descripción matemática del dominio continuo al dominio discreto, con el fin de poder implementarlo en sistemas digitales como microcontroladores o computadoras. Mientras que un sistema continuo opera con variables que pueden cambiar en cualquier instante de tiempo, un sistema discreto trabaja con valores definidos solo en ciertos instantes, separados por un intervalo de muestreo constante. [6]

Este proceso es fundamental en el diseño de controladores digitales, ya que permite expresar ecuaciones diferenciales (propias de los sistemas físicos) como ecuaciones en diferencias, más adecuadas para ser resueltas por algoritmos numéricos. En la práctica, la discretización permite que los sensores, actuadores y controladores digitales interactúen de manera efectiva en tiempo real, leyendo estados del sistema a intervalos regulares y calculando respuestas adecuadas en función de esos datos.

#### Ecuaciones en diferencias

Una vez que un sistema dinámico continuo es sometido al proceso de discretización, su comportamiento evolutivo en el tiempo discontinuo se describe mediante ecuaciones en diferencias. Estas ecuaciones establecen una relación recursiva entre el valor actual de una variable del sistema y sus valores precedentes en instantes de muestreo discretos.

Considérese, por ejemplo, una ecuación diferencial lineal de primer orden que describe la dinámica de un sistema continuo:



$$\frac{dy(t)}{dt} = ay(t) + bu(t) \quad (2)$$

Mediante la aplicación de un método de discretización apropiado, esta ecuación diferencial puede ser transformada en una ecuación en diferencias de la forma:

$$y[k + 1] = \alpha y[k] + \beta u[k]y[k + 1] \quad (3)$$

donde  $y[k]$  representa la muestra de la señal de salida en el instante de tiempo discreto  $k$ , y  $u[k]$  denota la muestra de la señal de entrada en el mismo instante. Los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  dependen del método de discretización utilizado y del tiempo de muestreo  $T_s$ .

Estas ecuaciones permiten implementar algoritmos de control en tiempo real utilizando microcontroladores o software de simulación, ya que la evolución del sistema puede calcularse paso a paso a partir de estados anteriores y entradas actuales.

### Métodos de discretización

Para implementar un controlador digital o simular un sistema dinámico en una computadora o microcontrolador, es necesario transformar el modelo matemático continuo a uno discreto. Esto implica aproximar las derivadas que aparecen en las ecuaciones diferenciales por expresiones en diferencias finitas, basadas en un cierto intervalo de muestreo  $T_s$ .

Entre los métodos más comunes de discretización se encuentran el método de Euler hacia adelante (también llamado progresivo) y el de Euler hacia atrás (o regresivo).

### Euler hacia atrás

El método de Euler hacia atrás es una técnica de discretización implícita que aproxima la derivada de una función utilizando la diferencia entre su valor actual y el valor anterior. A diferencia del método de Euler hacia adelante, esta técnica suele ser más estable numéricamente, lo que la hace preferible para ciertos sistemas dinámicos, especialmente cuando se utilizan pasos de muestreo más grandes.



Dada una función continua  $x(t)$ , su derivada respecto del tiempo puede aproximarse como:

$$\frac{dx(t)}{dt} \approx \frac{x(k) - x(k-1)}{T_s} \quad (6)$$

Donde:

- $x(k-1)$  es el valor anterior de la función. [7]

Al aplicar este método a sistemas lineales en el dominio de Laplace, se reemplaza la variable  $s$  mediante la siguiente relación:

$$\frac{1}{s} \approx \frac{T_s}{1 - z^{-1}} \quad (7)$$

### 1.5.4 Conceptos Estadísticos Aplicados a la Validación

Ajuste por regresión lineal

El ajuste por regresión lineal es una técnica estadística que permite modelar la relación entre dos variables: una independiente  $x$  (por ejemplo, datos obtenidos en la simulación) y una dependiente  $y$  (por ejemplo, datos experimentales). El objetivo es encontrar una recta que se aproxime lo mejor posible a los datos disponibles, es decir, que minimice el error entre los valores observados y los estimados por el modelo lineal. [8]

La forma general de una regresión lineal simple es:

$$y = cx + d \quad (8)$$

Donde:

- $y$  es la variable dependiente (respuesta).
- $x$  es la variable independiente (predicción).
- $c$  es la pendiente de la recta.
- $d$  es la ordenada al origen (intersección con el eje  $y$ ).



Este tipo de ajuste es especialmente útil para comparar los resultados de un modelo teórico o simulado con datos experimentales, permitiendo cuantificar qué tan bien el modelo representa la realidad. Cuanto más cercanos estén los puntos a la recta ajustada, mejor será el desempeño del modelo.

#### Coeficiente de determinación

El coeficiente de determinación, denotado como  $R^2$ , es una medida estadística que cuantifica qué proporción de la variabilidad total en la variable dependiente puede ser explicada por el modelo de regresión ajustado. En otras palabras, representa el grado de concordancia entre los valores observados y los valores predichos por el modelo.

Matemáticamente, se define como:

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} \quad (9)$$

Donde:

- $SSE$  es la suma de los cuadrados de los errores (o residuos), es decir, la variación no explicada por el modelo.
- $SST$  es la suma total de los cuadrados, que representa la variación total de los datos respecto a su media. [8]

El valor de  $R^2$  está acotado entre 0 y 1:

- Un valor cercano a 1 indica que el modelo explica una gran proporción de la variabilidad de los datos, es decir, hay un buen ajuste.
- Un valor cercano a 0 sugiere que el modelo tiene escasa capacidad explicativa y que los datos presentan alta dispersión respecto de la predicción.



## Porcentaje de diferencia relativa

El porcentaje de diferencia relativa es una medida que se utiliza para cuantificar la discrepancia entre dos valores, generalmente uno considerado como valor de referencia y otro como valor experimental o medido. Esta métrica permite expresar la diferencia entre ambos valores en términos relativos, es decir, como un porcentaje respecto del valor de referencia, lo cual facilita la interpretación y comparación entre distintos casos.

La fórmula general es la siguiente:

$$\% \text{ Diferencia Relativa} = \left| \frac{\text{Valor experimental} - \text{Valor de referencia}}{\text{Valor de referencia}} \right| * 100 \quad (10)$$

Donde:

- Valor experimental es el dato obtenido de una medición, prueba o experimento.
- Valor de referencia corresponde al valor teórico, esperado o simulado.

## 1.6 Estado del arte

### 1.6.1 Ámbito Académico Local

Si bien en el ámbito académico local no se han desarrollado proyectos exactamente iguales al presentado en este trabajo, es posible identificar iniciativas con objetivos, enfoques o tecnologías similares que permiten establecer puntos de comparación y contextualización.

Un caso destacable es el trabajo llevado a cabo en el Laboratorio de Tecnologías Apropriadas (LabTA), donde se ha investigado y construido drones de ala fija, diseñados para vuelos de larga duración y misiones de reconocimiento. Si bien la naturaleza de vuelo de estos drones difiere considerablemente del comportamiento dinámico de un multirrotor, comparten elementos clave como la necesidad de estabilidad en vuelo, la aplicación de sistemas de control automático, y la integración de hardware específico orientado a la robótica aérea.



Por otro lado, dentro del Laboratorio de Control Automático (LCA), se desarrollan diversos proyectos con un enfoque claro en el análisis, diseño e implementación de sistemas de control en plataformas experimentales. Entre ellos, se destaca el proyecto del *Levitador Magnético* [9], el cual, si bien no es un sistema volador, sí comparte principios fundamentales con el presente trabajo. En particular, ambos proyectos abordan la problemática del equilibrio dinámico físico sobre sistemas con movimiento visible. Este paralelismo resulta especialmente útil como referencia académica y metodológica para la presente investigación.

Estos ejemplos evidencian que, si bien el robot balancín desarrollado no replica directamente ninguno de los trabajos anteriores, sí se enmarca en una línea de investigación coherente con los intereses y capacidades técnicas de la institución, y representa una contribución valiosa dentro del ecosistema de proyectos locales vinculados al control automático y la robótica.

### 1.6.2 Nivel Global

A nivel global, pueden encontrarse desarrollos que, si bien no son idénticos en sus objetivos finales, presentan similitudes notables en cuanto a la estructura mecánica y los principios de funcionamiento. Un caso representativo es el proyecto titulado “*Diseño de Control Robusto de Velocidad de Motores Brushless para Robótica Aérea*” [10], en el cual se emplea una plataforma con una configuración mecánica comparable, particularmente en lo que respecta al soporte y sistema de pivoteo de los motores.

En este trabajo se hace uso de motores brushless, los cuales ofrecen ventajas en términos de eficiencia y control a altas velocidades, en contraste con los motores de corriente continua utilizados en el presente proyecto. A pesar de estas diferencias técnicas, ambos sistemas comparten el desafío de estabilizar una estructura rotatoria mediante técnicas de control automático. Cabe destacar que dicho proyecto también implementa un controlador PID como estrategia de regulación, aunque no incorpora una interfaz de usuario interactiva, lo que marca una diferencia significativa respecto del enfoque educativo y experimental adoptado en el robot balancín desarrollado en este trabajo.



En lo que respecta a la implementación de una interfaz interactiva y la demostración didáctica del funcionamiento de un controlador PID, pueden encontrarse a nivel global diversos proyectos orientados a la enseñanza de este tipo de controladores. Entre ellos, destaca el trabajo titulado “*Diseño e implementación de un control PID con ganancias programadas utilizando un sistema embebido Launchpad MSP430 para planta balón y viga*” [11], donde se desarrolla un módulo didáctico que permite a los estudiantes interactuar con un sistema físico en tiempo real, observando los efectos de la modificación de las ganancias del controlador. Si bien el sistema de planta utilizado difiere del robot balancín, ambos comparten el objetivo pedagógico de facilitar la comprensión práctica de los principios del control automático, haciendo énfasis en la visualización del comportamiento dinámico del sistema ante diferentes configuraciones del controlador.



## CAPITULO 2: Modelado Matemático

### 2.1 Descripción del sistema físico

El sistema en estudio es un robot balancín conformado por una estructura rígida, simétrica y basculante, diseñada para oscilar alrededor de un eje horizontal ubicado en su centro. El movimiento se genera a partir de dos motores ubicados en los extremos de la estructura, los cuales, mediante el giro de hélices, producen una fuerza de empuje sobre el aire que genera un par (torque) aplicado al conjunto. Esta acción provoca la inclinación del balancín hacia uno u otro lado, dependiendo del diferencial de velocidad entre ambos motores.

A continuación, se describen los elementos principales del sistema y los parámetros relevantes que serán considerados en el modelado dinámico:

#### 1. Estructura del Balancín

- Construcción rígida y simétrica.
- Montada sobre un eje central que permite la rotación libre alrededor del punto de pivote.

#### 2. Actuadores: Motores DC en los Extremos

- Motor izquierdo: Al aplicar un voltaje  $V_{iz}$  la hélice del motor genera un empuje dirigido hacia abajo, lo que induce un torque en sentido horario y provoca una disminución del ángulo de inclinación  $\theta$ .
- Motor derecho: Al aplicar un voltaje  $V_{de}$  la hélice del motor genera un empuje dirigido hacia abajo, lo que induce un torque en sentido antihorario y provoca un aumento del ángulo de inclinación  $\theta$ .

#### 3. Ángulo de Inclinación $\theta$ y Velocidad Angular $\dot{\theta}$

- El ángulo de inclinación  $\theta$  se mide en radianes con respecto a la posición de equilibrio horizontal.
- Se define la convención de signos:



- $\theta > 0$  cuando el lado derecho del balancín asciende ( $V_{de}$  genera mayor torque que  $V_{iz}$ ).
- $\theta < 0$  cuando el lado izquierdo del balancín asciende ( $V_{iz}$  genera mayor torque que  $V_{de}$ ).
- La velocidad angular  $\dot{\theta}$  representa la rapidez con la que varía el ángulo en el tiempo:
  - $\dot{\theta} > 0$  indica rotación en sentido antihorario.
  - $\dot{\theta} < 0$  indica rotación en sentido horario.

#### 4. Control del Sistema

- Cada motor es excitado por una señal de voltaje de entrada, definida como:
  - $V_{iz}$  para el motor izquierdo.
  - $V_{de}$  para el motor derecho.
- La aplicación de voltaje a cada motor se realiza mediante modulación por ancho de pulso (PWM, por sus siglas en inglés: *Pulse Width Modulation*), lo que permite regular la velocidad de giro de las hélices y, en consecuencia, controlar el torque aplicado al sistema.
- La aceleración angular  $\ddot{\theta}$  del sistema depende de la diferencia de torques generados por los motores.

#### Descripción del comportamiento:

- Si  $V_{de} = V_{iz}$ , el sistema debería permanecer en equilibrio (sin aceleración angular).
- Si  $V_{iz} > V_{de}$ , el balancín eleva el lado izquierdo ( $\theta$  disminuye).
- Si  $V_{de} > V_{iz}$ , el balancín se eleva el lado derecho ( $\theta$  aumenta).

Como se puede observar en la figura 2 se presentan la condición de equilibrio y movimientos del sistema, ilustrando cómo la diferencia de voltajes aplicados a los motores afecta la inclinación del balancín.

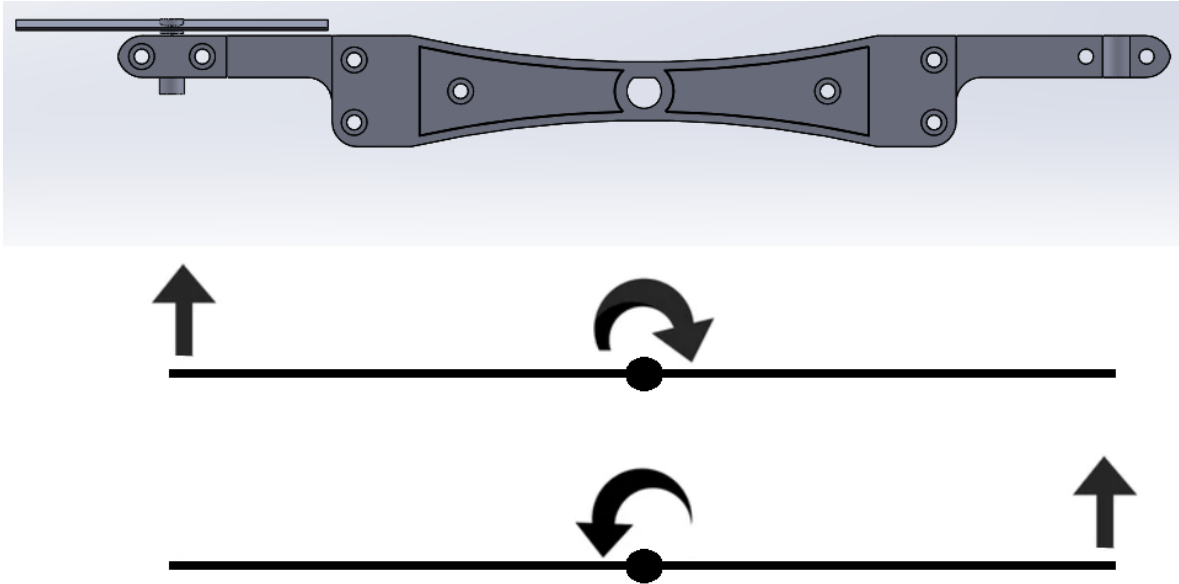


Figura 2. Estados de Inclinación del balancín según  $V_{iz}$  y  $V_{de}$ .

## 2.2 Modelado dinámico

La dinámica del sistema rotacional alrededor del eje central sigue la segunda ley de Newton para rotaciones:

$$\Sigma\tau = J\ddot{\theta} \quad (11)$$

Donde:

- $\tau$  es el torque neto aplicado al sistema.
- $J$  es el momento de inercia total del sistema respecto al eje de rotación.
- $\ddot{\theta}$  es la aceleración angular del balancín.

El torque neto  $\tau$  aplicado al sistema es la suma de los torques generados por los motores derecho e izquierdo:

$$\tau = \tau_{iz} + \tau_{de} \quad (12)$$



El torque generado por cada motor es proporcional a la corriente que fluye a través de él:

$$\tau = k_m I \quad (13)$$

Donde:

- $k_m$  es la constante de torque del motor.
- $I$  es la corriente que fluye por el motor.

Como se controla el motor con un voltaje de entrada  $V$ , y asumiendo una resistencia interna  $R$  del motor, la corriente se puede expresar mediante la ley de Ohm:

$$I = \frac{V}{R} \quad (14)$$

Sustituyendo esta relación en la ecuación de torque:

$$\tau = k_m \frac{V}{R} \quad (15)$$

Con lo que el torque total aplicado al sistema por los dos motores es:

$$\tau_{total} = k_m \left( \frac{V_{iz}}{R} - \frac{V_{de}}{R} \right) \quad (15)$$

Sustituyendo el torque total en la ecuación dinámica del sistema:

$$J\ddot{\theta} = k_m \left( \frac{V_{iz}}{R} - \frac{V_{de}}{R} \right) \quad (16)$$

Agrupando términos, se obtiene:

$$J\ddot{\theta} = \frac{k_m}{R} (V_{iz} - V_{de}) \quad (17)$$

Para simplificar la expresión, se definió una nueva constante  $k = \frac{k_m}{R}$  :

$$J\ddot{\theta} = k(V_{iz} - V_{de}) \quad (18)$$



## 2.2.1 Simplificaciones realizadas

Para el modelado inicial del sistema, se han considerado las siguientes simplificaciones:

1. Simetría de los motores y la estructura:
  - Se asume que ambos motores son idénticos, con la misma constante de torque  $k_m$  y la misma resistencia interna  $R$ .
  - Esta suposición permite expresar la ecuación dinámica final en función de la diferencia de voltajes  $V_{iz} - V_{de}$  simplificando los cálculos.
  - La decisión de considerar a ambos motores idénticos está justificada por el uso del mismo modelo en ambos extremos del balancín.
2. Negligencia del torque gravitacional:
  - Se desprecia el torque gravitacional generado por el peso de la estructura, bajo la suposición de que el sistema está bien balanceado en el centro y que las masas en ambos extremos son equivalentes.
  - Si la distribución de masa es simétrica respecto al eje de pivote, el torque gravitacional será nulo o despreciable.
3. Relación lineal entre torque y voltaje:

Se asume que el torque generado por los motores es directamente proporcional al voltaje aplicado. Esto implica que:

- La corriente responde de manera instantánea al voltaje aplicado.
- No se consideran las dinámicas eléctricas del motor (como la inductancia del bobinado).

## 2.2.2 Extensión del modelo para mayor precisión.

En el caso que el control no sea realizable se puede dotar de más precisión:

1. Incluir el torque gravitacional ( $\tau_g$ ):

Si el torque gravitacional no es despreciable, debe incluirse en la ecuación de dinámica del sistema como:

$$\tau_g = -m g l \sin(\theta) \quad (19)$$

Donde:

- $m$  es la masa de cada lado del balancín.
- $g$  es la aceleración gravitacional.
- $l$  es la distancia desde el centro de rotación hasta cada motor.



Esto modificaría la ecuación dinámica a:

$$J\ddot{\theta} = k(V_{iz} - V_{de}) - m g l \sin(\theta) \quad (20)$$

## 2. Incluir la dinámica eléctrica del motor

Si es necesario modelar con mayor precisión el comportamiento del motor, se debe considerar la ecuación diferencial de la corriente en función del voltaje aplicado:

$$L \frac{dI}{dt} + RI = V - ke\omega \quad (21)$$

Donde:

- $L$  es la inductancia del motor.
- $ke$  es la constante de fuerza contraelectromotriz.
- $\omega$  es la velocidad angular del motor.

## 2.3 Validación de las simplificaciones

Para verificar la validez de la simplificación aplicada en el modelo de los motores, se llevó a cabo un experimento en el que se variaba la tensión de alimentación mediante PWM en un rango del 10% al 60%. Con el objetivo de determinar si existía una relación lineal entre el voltaje aplicado y el empuje generado.

El primer paso consistió en el diseño de un dispositivo para la medición del empuje. Para ello, se utilizó una estructura rígida de madera que conecta al extremo opuesto del balancín que se deseó estudiar con una balanza de precisión (resolución de 0,1 g). Esta estructura permitió mantener el balancín en una posición horizontal durante la medición, asegurando que las pruebas se realizaron en la condición de operación estable del sistema.

Dado que ambos extremos del balancín se encuentran a la misma distancia del eje de pivote, el torque generado por el motor en prueba se traduce en una fuerza equivalente en el extremo opuesto. De esta manera, la medición realizada sobre el motor contrario permite inferir directamente el empuje ejercido por el motor bajo análisis.

En la figura 3 se muestra el procedimiento de medición aplicado sobre el motor derecho.

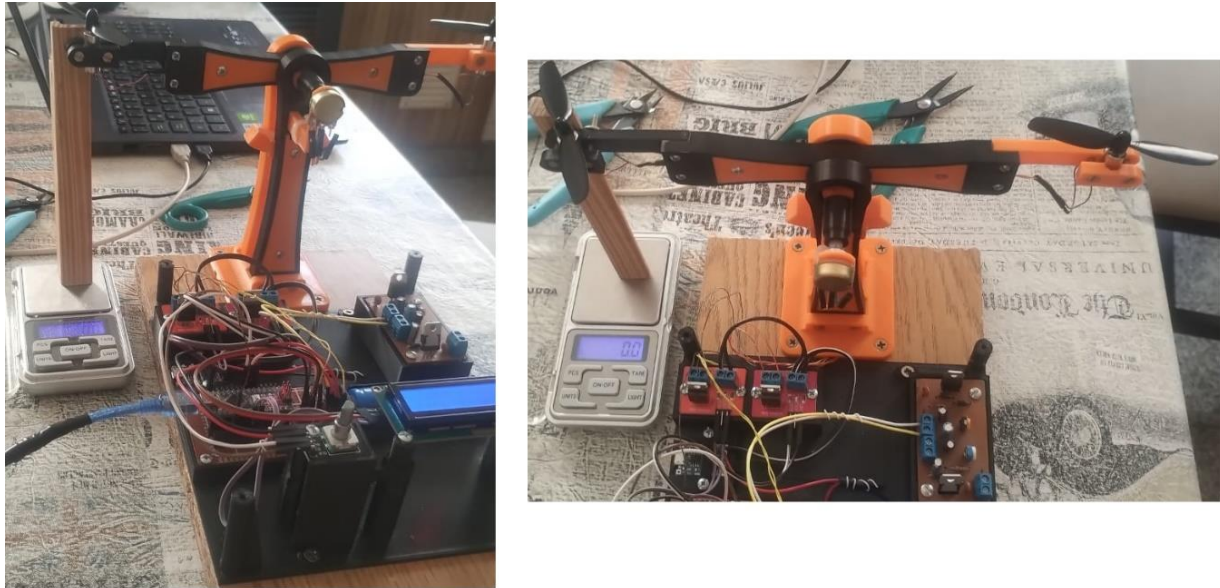


Figura 3. Método experimental para la validación de la relación voltaje-empuje.

Las mediciones obtenidas para ambos motores, derecho e izquierdo, se presentan en las tablas a continuación.

Tabla 1. Mediciones experimentales de empuje para los motores izquierdo y derecho.

Motor izquierdo	
%PWM	Fuerza en g
10	1,8
15	2,9
20	4,3
25	5
30	6,1
35	7,2
40	8,1
45	9
50	10,1
55	11
60	11,7

Motor derecho	
%PWM	Fuerza en g
10	1,7
15	3
20	4,1
25	5
30	6,2
35	7,2
40	8,1
45	8,9
50	10
55	10,9
60	11,6

El rango de actuación seleccionado para el experimento abarca del 10% al 60% de modulación PWM. El límite inferior del 10% corresponde al umbral a partir del cual el motor comienza a generar una fuerza apreciable, mientras que el 60% se considera suficiente para estabilizar el sistema. Superar este valor no solo resultaría innecesario para el control del



equilibrio, sino que también implicaría un consumo energético mayor sin una mejora significativa en el desempeño.

Para evaluar la relación entre el voltaje aplicado y el empuje obtenido, se analizó el coeficiente de determinación ( $R^2$ ). Este parámetro es una medida estadística que indica qué tan bien una variable independiente explica la variabilidad de una variable dependiente en un modelo de regresión. Su valor varía entre 0 y 1, donde un  $R^2$  cercano a 1 indica una alta correlación lineal entre los datos, mientras que un valor cercano a 0 sugiere que la relación es débil o inexistente.

Para este análisis, se utilizaron los datos obtenidos en las mediciones experimentales y se representaron en gráficas de dispersión. Posteriormente, se aplicó un ajuste lineal (línea naranja) y se calculó el coeficiente  $R^2$ .

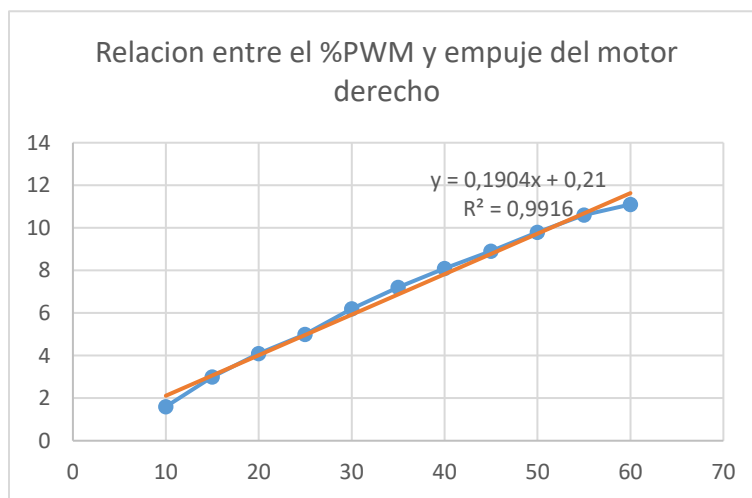


Figura 4. Relación entre voltaje aplicado y empuje generado – Motor derecho.

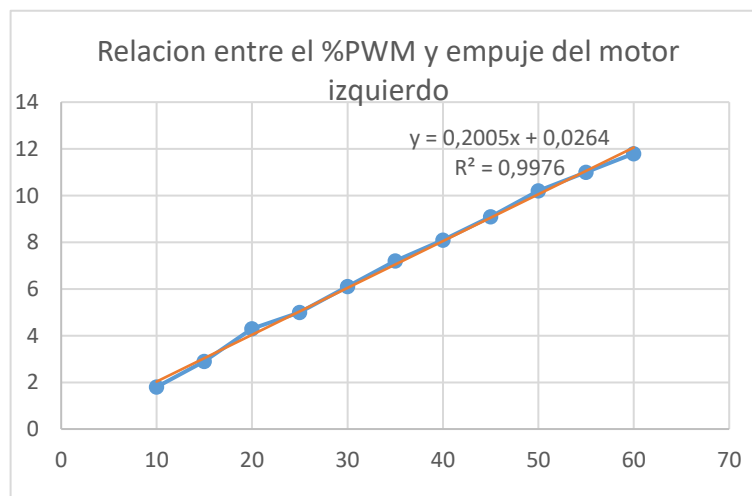


Figura 5. Relación entre voltaje aplicado y empuje generado – Motor Izquierdo



Los resultados obtenidos confirman una alta linealidad entre la tensión aplicada y el empuje generado por los motores. Como se observa en las gráficas (figuras 4 y 5), los datos experimentales presentan un ajuste prácticamente ideal a un modelo lineal, respaldado por los coeficientes de determinación obtenidos ( $R^2 > 0,99$ ). Este elevado grado de correlación indica que la relación entre ambos parámetros puede modelarse con precisión mediante una función lineal. En consecuencia, se valida la simplificación asumida en el modelado del sistema, lo que justifica su aplicación en el diseño e implementación para el diseño del control.

## 2.4 Determinación de las constantes del sistema

Previo a la simulación y el análisis en MATLAB, es fundamental determinar las constantes que caracterizan la ecuación de transferencia de la planta. En particular, se debió calcular el momento de inercia  $J$ , que cuantifica la resistencia del sistema a variaciones en su velocidad angular, y la constante de proporcionalidad  $k$ , que define la relación entre el voltaje aplicado al motor y el torque generado. Estos parámetros son esenciales para modelar con precisión la dinámica del sistema y diseñar un control adecuado.

### 2.4.1 Análisis Experimental del Empuje en Función del Voltaje

Se determinó la relación entre la tensión aplicada a los motores y la fuerza de empuje generada mediante un análisis experimental. Para ello, se registraron mediciones del voltaje aplicado  $V$  y el empuje resultante  $F$  expresado en gramos, como se observa en la tabla 1.

Dado que la relación entre estas variables mostró un comportamiento aproximadamente lineal, se aplicó un ajuste por regresión lineal utilizando el método de mínimos cuadrados. Este procedimiento permite obtener la mejor aproximación lineal de la forma:

$$F(V) \approx cV + b \quad (22)$$

Donde:

- $F(V)$  es el empuje en función del voltaje aplicado.
- $c$  es la pendiente de la recta, que representa el coeficiente de proporcionalidad entre el voltaje y la fuerza generada por los motores.



- $b$  es la intersección con el eje de las ordenadas, que indica el valor de empuje cuando el voltaje es cero. Este valor se descarta ya que sin voltaje el empuje es nulo.

El coeficiente  $c$  se determinó mediante la ecuación de la pendiente en la regresión lineal por mínimos cuadrados:

$$c = \frac{N\sum(V_i F_i) - \sum V_i \sum F_i}{N\sum V_i^2 - (\sum V_i)^2} \quad (23)$$

Donde:

- $N$  es el número total de mediciones experimentales.
- $V_i$  y  $F_i$  representan los valores individuales de voltaje y empuje registrados.

A partir de los datos experimentales de la tabla 1, se calcularon las sumatorias necesarias para determinar la pendiente  $c$  en la relación lineal entre el voltaje aplicado y la fuerza de empuje generada.

### Motor izquierdo

Las sumatorias obtenidas fueron:

- $\sum V_i = 14,25 V$
- $\sum F_i = 77,2 g$
- $\sum(V_i F_i) = 120,19 gV$
- $\sum V_i^2 = 22,21V^2$

Sustituyendo estos valores en la ecuación de la pendiente para una regresión lineal por mínimos cuadrados y considerando un total de  $N= 11$  datos experimentales, se obtiene:

$$c_i = \frac{11 * 120,19gV - 14,25V * 77,2g}{11 * 22,21V^2 - (14,25V)^2} = 5,37 \frac{g}{V} \quad (24)$$

### Motor derecho

De manera análoga, las sumatorias obtenidas fueron:

- $\sum V_d = 14,25V$
- $\sum F_d = 76,7g$
- $\sum(V_d F_d) = 119,39gV$
- $\sum V_d^2 = 22,21V^2$



Sustituyendo en la ecuación de la pendiente:

$$c_d = \frac{11 * 119,39gV - 14,25V * 76,7g}{11 * 22,21V^2 - (14,25V)^2} = 5,33 \frac{g}{V} \quad (25)$$

## Evaluación de la Variabilidad y Determinación del Valor Promedio

Los valores experimentales obtenidos para la constante  $c$  de cada motor presentan una diferencia mínima entre sí. Para cuantificar esta variabilidad y determinar si es justificable el uso de un único valor promedio, se calculó el porcentaje de diferencia relativa mediante la siguiente expresión:

$$\frac{|c_i - c_d|}{\frac{c_i + c_d}{2}} * 100 = \frac{|5,37 - 5,33|}{\frac{5,37 + 5,33}{2}} * 100 \approx 0,75\% \quad (26)$$

El resultado obtenido indica que la diferencia entre ambas constantes es inferior al 1%, lo que sugiere que la variabilidad observada es insignificante en comparación con otras fuentes de error del sistema, como tolerancias mecánicas o simplificaciones en el modelo eléctrico.

Por lo tanto, para simplificar el modelo sin afectar significativamente la precisión, se optó por utilizar un único valor promedio para  $c$ , definido como:

$$c = \frac{c_i + c_d}{2} = \frac{5,37 + 5,33}{2} = 5,35 \frac{g}{V} \quad (27)$$

Expresado esta constante en unidades del SI:

$$c = \frac{5,35g}{V} * \frac{1kg}{1000g} * 9,8 \frac{m}{s^2} \quad (28)$$

$$c = 0,05243 \frac{N}{V} \quad (29)$$

Finalmente, el torque generado por los motores se expresó como:

$$\tau = F(V) * r \quad (30)$$

Dado que la relación entre la fuerza y el voltaje aplicado se modelo como  $F(V) = c * V$  la constante  $k$  que relaciona el voltaje aplicado al motor con el torque, queda definida como:

$$k = c * r \quad (31)$$



Donde  $r$  representa la distancia desde el punto de pivote hasta la ubicación donde actúa la fuerza generada por los motores. Dado que ambos motores se encuentran a la misma distancia del eje de pivote, el valor de  $k$  se obtiene como:

$$k = 0,05243 \frac{N}{V} * 113mm = 5,92 \frac{Nmm}{V} \quad (32)$$

$$k = 0,00592 \frac{Nm}{V} \quad (33)$$

## 2.4.2 Calculo del momento de inercia

El momento de inercia es una propiedad fundamental de los cuerpos que describe su resistencia a los cambios en su estado de rotación alrededor de un eje. En este proyecto, el análisis se centra en las partes móviles del sistema, las cuales se han dividido en tres subconjuntos para simplificar el cálculo:

- Estructura principal: Se considera como un prisma rectangular que pivota sobre su centro de masa.
- Motores: Modelados como dos masas puntuales ubicadas en los extremos de la barra.

Así, el momento de inercia total  $J$  se obtiene sumando los momentos de inercia individuales de cada componente respecto al eje de rotación:

$$J = J_{barra} + J_{motores} \quad (34)$$

### Cálculo del Momento de Inercia de la Barra

Se modeló la estructura principal como un prisma de longitud  $a$ , ancho  $b$  y masa  $m$ , que rota sobre su centro. El momento de inercia se obtiene con la ecuación estándar del prisma rectangular [2]:

$$J_{barra} = \frac{1}{12} m_b (a^2 + b^2) \quad (35)$$

Sustituyendo los valores:

$$J_{barra} = \frac{1}{12} * 30,9g * (150mm)^2 = 59678,2 \text{ gmm}^2 \quad (36)$$



## Cálculo del Momento de Inercia de los Motores

Cada motor se modeló como una masa puntual  $m_m$  ubicada a una distancia  $r_m$  del eje de pivoteo. Como ambos motores están a la misma distancia y son simétricos, su contribución al momento de inercia se calcula como:

$$J_{motores} = 2m_m r_m^2 \quad (37)$$

Sustituyendo los valores:

$$J_{motores} = 2 * 14,6g * (113mm)^2 = 372854,8 \text{ gmm}^2 \quad (38)$$

## Calculo del momento de inercia total

Sumando ambos términos, se obtiene:

$$J = J_{barra} + J_{motores} \quad (39)$$

$$J = 59678,2 \text{ gmm}^2 + 372854,8 \text{ gmm}^2 = 432533 \text{ gmm}^2 \quad (40)$$

$$J = 0,00043253 \text{ kgm}^2 \quad (41)$$

## 2.5 Verificación de unidades

Para garantizar la consistencia dimensional de la ecuación del sistema, se analizaron las unidades de cada término en la ecuación diferencial:

$$J\ddot{\theta} = k(V_{iz} - V_{de}) \quad (42)$$

Sustituyendo las unidades de cada parámetro:

- $J$  (momento de inercia):  $kg * m^2$
- $\ddot{\theta}$  (aceleración angular):  $\frac{1}{seg^2}$
- $k$  (constante de conversión de voltaje a torque):  $\frac{N*m}{V}$
- $V_{iz}$  y  $V_{de}$  (voltajes aplicados a los motores):  $V$



Desglosando las unidades en cada termino:

$$(kg * m^2) * \left(\frac{1}{Seg^2}\right) = \left(\frac{N * m}{V}\right) * V \quad (43)$$

Simplificando:

$$N * m = N * m \quad (44)$$

Dado que todos los términos resultan en unidades de torque ( $N * m$ ), se verificó que las constantes utilizadas fueron correctamente expresadas.

## 2.6 Análisis con MATLAB

Luego de calcular las constantes del sistema y verificar que estuvieran expresadas en las unidades correctas, se reemplazaron los valores en la ecuación de transferencia para obtener:

$$G(s) = \frac{k}{Js^2} = \frac{0,00592}{0,00043253s^2} = \frac{13,68}{s^2} \quad (45)$$

El siguiente paso consistió en analizar la respuesta del sistema ante una entrada escalón unitario. Para ello, se implementó un script (pequeño programa) en MATLAB, un entorno de cálculo numérico ampliamente utilizado para simulación y análisis de sistemas dinámicos. La ejecución del mismo generó la respuesta del sistema, como se observa en la figura 6.

```
% Definir la función de transferencia
J = 0.00043253; % kg·m^2
k = 0.00592; % N·m/V

G = tf([k], [J, 0, 0]); % G(s) = k / (Js^2)

% Graficar la respuesta al escalón
figure;
step(G);
title('Respuesta al escalón de la planta');
grid on;
```

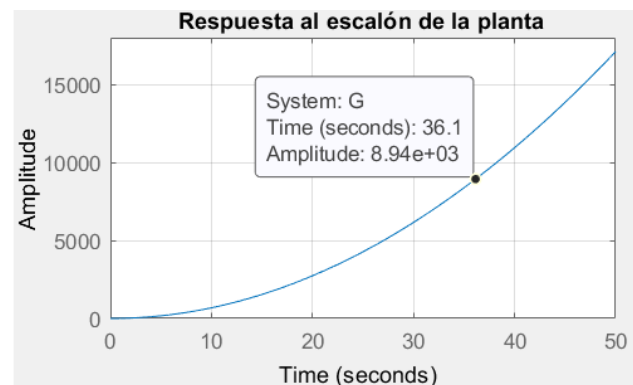


Figura 6. Código en MATLAB y respuesta del sistema ante una entrada escalón unitario.



La simulación mostró que la salida crece sin límite, lo que indicó la presencia de una doble integración en la dinámica del sistema. Este comportamiento confirma que el sistema es inherentemente inestable en lazo abierto, ya que cualquier entrada persistente, incluso una pequeña perturbación, provocará un crecimiento no acotado en el ángulo de inclinación.

Este resultado enfatiza la necesidad de diseñar e implementar un controlador que estabilice la respuesta del sistema y permita seguir una referencia deseada.

## 2.7 Ajuste del Modelo Matemático: Incorporación de la Fricción

En la formulación inicial del modelo del sistema, no se consideraba las pérdidas de energía debidas al rozamiento en los componentes mecánicos. Sin embargo, durante las pruebas experimentales del prototipo, se observó que el movimiento del balancín no correspondía con el comportamiento esperado de un sistema sin disipación de energía. En particular, al liberar la estructura desde una posición inclinada, esta no oscilaba libremente, sino que apenas se movía antes de detenerse. Este fenómeno sugiere la presencia de una fricción significativa, proveniente principalmente de la suma de los efectos de los rodamientos y del potenciómetro.

Dado que la fricción afecta directamente la dinámica del sistema, se hace necesario corregir el modelo matemático para incluir este efecto y lograr una representación más precisa del comportamiento real del balancín

### 2.7.1 Modificación del Modelo con el efecto de la Fricción

Para mejorar la precisión del modelo matemático y representar con mayor fidelidad la dinámica real del sistema, se introdujo un término de fricción  $B$ , el cual modela la resistencia al movimiento de manera proporcional a la velocidad angular  $\dot{\theta}$ . De esta manera, la ecuación dinámica del sistema se modificó de la siguiente forma:

$$J\ddot{\theta} + B\dot{\theta} = k(V_{iz} - V_{de}) \quad (47)$$

Donde  $B$  es el coeficiente de fricción ( $Nm * Seg$ ).

$$Js^2\theta(s) + Bs\theta(s) = k(V_{iz}(s) - V_{de}(s)) \quad (48)$$



Factorizando  $\theta(s)$ :

$$\theta(s)(Js^2 + Bs) = k(V_{iz}(s) - V_{de}(s)) \quad (49)$$

Finalmente, la nueva función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{V_{iz}(s) - V_{de}(s)} = \frac{k}{Js^2 + Bs} \quad (50)$$

La inclusión del término  $B$  introduce un efecto de amortiguamiento en la respuesta del sistema, mitigando la acumulación de energía y reduciendo el crecimiento no acotado del ángulo en respuesta a perturbaciones. En términos físicos, la fricción actúa disipando energía del sistema, lo que evita que el balancín continúe acelerando indefinidamente ante una entrada persistente.

Este modelo revisado representa una mejora significativa, ya que permite predecir con mayor precisión el comportamiento del sistema en condiciones reales. En etapas posteriores, este modelo ajustado será utilizado para el diseño e implementación del controlador PID, garantizando que las estrategias de control sean efectivas en la compensación de los efectos de la fricción.

## 2.7.2 Determinación del coeficiente de fricción

Como el sistema no muestra un desplazamiento significativo cuando se lo sueltas libremente, se diseñó un experimento en el que la dinámica del sistema sea gobernada por un solo motor. Esto permitió estimar  $B$  en función de la respuesta del sistema ante una entrada de voltaje controlada. El procedimiento consistió en los siguientes pasos:

1. Aplicación de voltaje: Se aplicó un voltaje bajo y constante al motor izquierdo, generando un movimiento perceptible en la estructura. La velocidad angular promedio se registró mediante un programa en Arduino.
2. Uso de la ecuación en estado estacionario: Dado que en régimen permanente la aceleración angular es nula ( $\ddot{\theta} = 0$ ), la ecuación de la dinámica del sistema se reduce a:



$$B\dot{\theta} = k(V_{iz} - V_{de}) \quad (51)$$

3. Cálculo del coeficiente de fricción: Despejando  $B$  y considerando que  $V_{de} = 0$ , se obtiene:

$$B = \frac{k(V_{iz})}{\dot{\theta}} \quad (52)$$

4. Obtención del valor promedio: Se realizaron múltiples mediciones para mejorar la precisión del cálculo  $B$ , como se presenta en la Tabla 2.

Tabla 2. Estimación Experimental del Coeficiente de Fricción

Ciclo del PWM	Tensión equivalente	Velocidad angular promedio	Coeficiente de fricción
20%	0,74V	0,45rad/seg	9,69 Nmm * Seg
35%	1,29V	1,09rad/seg	7 Nmm * Seg
50%	1,85V	1,74rad/seg	6,23 Nmm * Seg
Coeficiente de rozamiento promedio			7,66 Nmm * Seg

$$B = 7,66 \text{ Nmm} * \text{Seg} = 0,00766 \text{ Nm} * \text{Seg} \quad (53)$$

### Verificación de unidades con fricción

Una vez obtenido el nuevo valor del coeficiente de fricción  $B$  e realizó un nuevo análisis de unidades para garantizar la consistencia dimensional del modelo actualizado. En el primer análisis de unidades, se verificó que todos los términos de la ecuación de movimiento estaban expresados en unidades de torque, lo cual es consistente con el hecho de que la ecuación representa un balance de momentos.

Para evaluar la correcta incorporación del coeficiente de fricción, consideremos únicamente el término de la ecuación 47 en donde existe la contribución de  $B$ :

$$B\dot{\theta} \quad (54)$$



Sustituyendo las unidades de cada variable:

$$(Nm * Seg) * \left(\frac{rad}{Seg}\right) = N * m \quad (55)$$

Esto confirma que el nuevo término conserva las unidades correctas y es coherente con el modelo dinámico del sistema.

### 2.7.3 Simulación en MATLAB con fricción incorporada

Una vez determinado el coeficiente de fricción  $B$  y verificar que todas las constantes mantienen sus unidades correctas, se actualizó la ecuación de transferencia del sistema. Al incorporar la fricción en el modelo, la nueva expresión quedó definida como:

$$G(s) = \frac{k}{Js^2 + Bs} = \frac{0,00592}{0,00043253s^2 + 0,00766s} = \frac{13,69}{s^2 + 17,71s} \quad (56)$$

Al igual que en el apartado previo de análisis se evaluó la respuesta del sistema sin controlador, se utilizó un scrip MATLAB para simular la función de transferencia de la planta obtenida. Se aplicó un escalón unitario como entrada, obteniendo la respuesta del sistema como se observa en la figura 7.

```
% Definir la función de transferencia
J = 0.00043253; % kg·m^2
k = 0.00592; % N·m/V
B= 0.00766;
G = tf([k], [J, B, 0]); % G(s) = k / (Js^2)

% Graficar la respuesta al escalón
figure;
step(G);
title('Respuesta al escalón de la planta');
grid on;
```

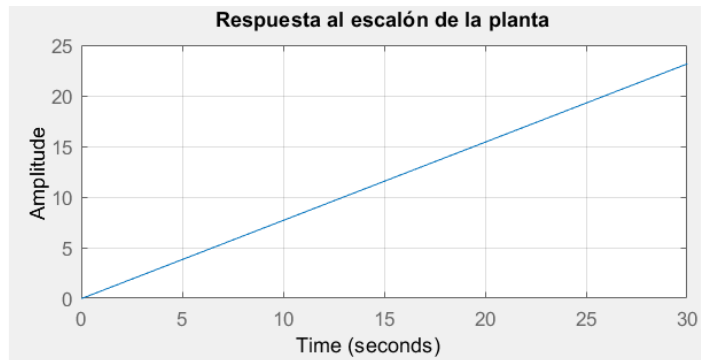


Figura 7. Código en MATLAB y respuesta del sistema corregido ante una entrada escalón unitario.

La simulación demostró que el sistema no logra seguir la referencia de entrada escalón, presentando una salida que crece de forma lineal en el tiempo. Este comportamiento se debe a la dinámica propia de la planta, caracterizada por una función de transferencia con un polo en el origen (integrador) y un polo estable en  $s = -17,71$ .



La presencia del polo en  $s = 0$  genera un efecto integrador, lo que provoca que la salida acumule la entrada escalón y produzca una rampa. Aunque el polo en  $s = -17,71$  introduce un decaimiento exponencial, su contribución es dominada por el efecto integrador, resultando en un crecimiento lineal indefinido. Para corregir este comportamiento, sería necesario implementar un esquema de control en lazo cerrado (como un controlador PI) que compense el polo en el origen y permita al sistema seguir la referencia con error en estado estacionario nulo.



## CAPITULO 3: Diseño del Controlador

### 3.1 Análisis de Estabilidad en el Dominio de Laplace

La función de transferencia obtenida para el sistema es la 56:

$$G(s) = \frac{13,69}{s^2 + 17,71s} \quad (56)$$

Revela aspectos fundamentales sobre su comportamiento dinámico y estabilidad. Al analizar los polos del sistema, se observa que el denominador presenta:

- Un polo en el origen ( $s = 0$ ), el cual actúa como un integrador puro, generando acumulación indefinida de la señal de entrada en la salida.
- Un polo real en  $s = -17,71$ , asociado con el coeficiente de fricción  $B = 17,71$  que introduce un componente de amortiguamiento en la respuesta.

Esta configuración de polos explica el comportamiento observado en la simulación ante una entrada de escalón unitario: la respuesta del sistema muestra un crecimiento lineal en el tiempo, lo que indica una dinámica de tipo rampa.

Desde una perspectiva física, la presencia del polo en el origen implica que el sistema, sin acción de control, no tiene un punto de equilibrio estable y tenderá a desviarse indefinidamente. La fricción introduce un decaimiento exponencial en la respuesta, pero a largo plazo, el efecto integrador predomina, resultando en una salida que sigue una rampa en lugar de estabilizarse. Esto contrasta con el caso de un sistema sin fricción, donde la doble integración de la entrada provocaría un crecimiento cuadrático en la salida.

Desde el punto de vista del control, el sistema es marginalmente estable, ya que el polo en el origen impide la convergencia a un estado estacionario estable. Aunque la fricción limita el crecimiento de la respuesta, no es suficiente para garantizar la estabilidad asintótica. Esto sugiere la necesidad de una acción de control que elimine la deriva y estabilice la salida.



Para abordar esta problemática, se planteó el diseño de un controlador PID, cuyo objetivo principal será:

1. Reubicar el polo en el origen en el semiplano izquierdo del plano complejo, proporcionando un lazo de realimentación que evite la acumulación indefinida del error.
2. Garantizar el seguimiento de referencias sin que el sistema presente una respuesta en rampa ante entradas constantes.
3. Atenuar el efecto de perturbaciones y mitigar la influencia del ruido de medición presente en el lazo de realimentación.

Este análisis justifica la necesidad de incluir elementos de control externos en sistemas con polos integradores, particularmente en este mecanismo donde la posición angular debe ser regulada activamente. A lo largo del capítulo abordara la selección y ajuste de los parámetros del controlador, asegurando que la respuesta del sistema cumpla con los requisitos de estabilidad, precisión y rapidez deseados.

## 3.2 Estrategia de Control

Para garantizar la estabilidad y el correcto seguimiento de la referencia en la dinámica del balancín, se implementó un controlador encargado de generar una señal de torque deseado  $\tau_d$ . Este torque es distribuido entre los motores para regular la inclinación del sistema y compensar las perturbaciones externas.

La formulación matemática del controlador PID se expresa como:

$$\tau_d = Kp \cdot e(t) + Ki \int e(t)dt + Kd \cdot \frac{de(t)}{dt} \quad (57)$$

Donde el error del sistema se define como la diferencia entre el ángulo de referencia  $\theta_{ref}$  y el ángulo medido  $\theta(t)$ :

$$e(t) = \theta_{ref} - \theta(t) \quad (58)$$



La señal de torque deseada  $\tau_d$  debe transformarse en una acción de control aplicada a los motores. Para ello, se establece una relación proporcional entre el torque generado y los voltajes aplicados a los actuadores:

$$V_{iz} = k \cdot (\tau_d) \quad (59)$$

$$V_{de} = k \cdot (-\tau_d) \quad (60)$$

Donde  $k$  representa un coeficiente de conversión que relaciona el torque mecánico con la señal de voltaje (como se ve en la ecuación 31), en función de las características de los motores, la relación de transmisión y la eficiencia del sistema de accionamiento.

El rango de operación del control se ha definido dentro de un ciclo de trabajo del 10% al 60%, asegurando que los motores operen dentro de un margen eficiente, como se vio en el apartado de *Análisis Experimental del Empuje en Función del Voltaje*. En condiciones de equilibrio, el sistema se mantendrá con una señal de control en torno al 35% del ciclo de trabajo, y se ajustará dinámicamente en función del ángulo de inclinación del balancín. Un aumento en la inclinación demandará un mayor esfuerzo de corrección, mientras que una reducción llevará a menores valores de control, evitando oscilaciones no deseadas.

Esta estrategia de control busca garantizar un comportamiento estable y una respuesta transitoria adecuada, minimizando el error en estado estacionario y asegurando que la planta pueda seguir la referencia deseada con precisión.

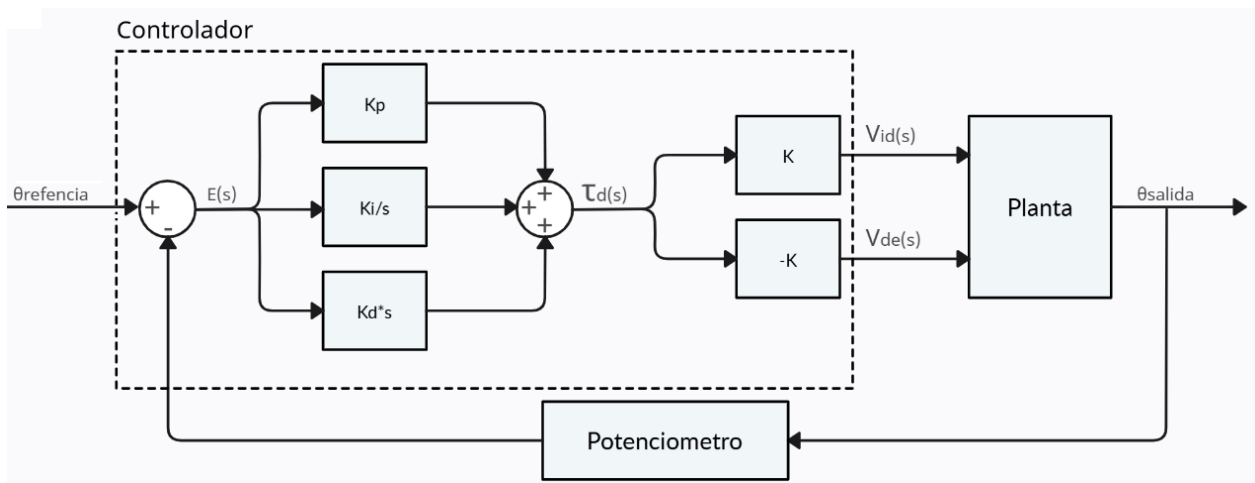


Figura 8. Diagrama de bloques del sistema con control PID.



### 3.2.1 Diseño del Control PID

Como se mencionó, se implementó un controlador PID cuya ecuación general está dada por:

$$V_{iz}(s) - V_{de}(s) = K_p E(s) + K_i \frac{E(s)}{s} + K_d s E(s) \quad (61)$$

Donde:

- $E(s) = \theta_{ref}(s) - \theta(s)$  representa el error entre la referencia deseada y la salida del sistema, similar a la ecuación 58.

La ecuación de control en lazo cerrado queda expresada como:

$$\theta(s) = G(s) \left[ K_p E(s) + K_i \frac{E(s)}{s} + K_d s E(s) \right] \quad (62)$$

Sustituyendo la función de transferencia del sistema (ecuación 56)  $G(s)$ :

$$\theta(s) = \frac{k}{Js^2 + Bs} * \left[ K_p E(s) + K_i \frac{E(s)}{s} + K_d s E(s) \right] \quad (63)$$

Factorizamos  $E(s)$ :

$$\theta(s) = \frac{k}{Js^2 + Bs} * E(s) * \left( K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \right) \quad (64)$$

Reemplazamos  $E(s)$ :

$$\theta(s) = \frac{k}{Js^2 + Bs} * [\theta_{ref}(s) - \theta(s)] * \left( K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \right) \quad (65)$$

Agrupando los términos con  $\theta(s)$  y factorizando:

$$\theta(s) \left[ 1 + \frac{k}{Js^2 + Bs} * \left( K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \right) \right] = \frac{k}{Js^2 + Bs} * \left( K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \right) * \theta_{ref}(s) \quad (66)$$

Reordenando la ecuación, obtenemos la función de transferencia en lazo cerrado:

$$G_{LC}(s) = \frac{\theta(s)}{\theta_{ref}(s)} = \frac{\frac{k}{J} \left( K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \right)}{s^2 + \frac{Bs}{J} + \frac{k}{J} * \left( K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \right)} \quad (67)$$



## Condición de Estabilidad

Para garantizar que el sistema en lazo cerrado sea estable, los parámetros  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  deben seleccionarse de manera que los polos de la ecuación característica permanezcan en el semiplano izquierdo del plano complejo.

La ecuación característica queda expresada como:

$$s^2 + \frac{Bs}{J} + \frac{k}{j} * \left( K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \right) \quad (68)$$

El análisis de estos polos permitirá definir los valores óptimos de los coeficientes del PID para lograr estabilidad y un desempeño adecuado del sistema.

## 3.3 Diseño del control

Para el diseño del controlador, se empleó la herramienta *SISO Tool* (*Single Input Single Output Tool*) de MATLAB. Esta herramienta gráfica permite diseñar y analizar controladores para sistemas de un solo canal de entrada y salida mediante una interfaz interactiva. Su principal utilidad radica en la capacidad de visualizar simultáneamente múltiples representaciones del sistema, como diagramas de polos y ceros, lugar de las raíces (del inglés: *root locus*), diagramas de Bode y respuesta al escalón, lo cual facilita el ajuste fino de los parámetros del controlador en tiempo real. Además, *sisotool* permite insertar compensadores en distintas ubicaciones de la arquitectura de control (adelante o atrás de la planta, en la retroalimentación, etc.) y observar de manera inmediata el impacto que estos tienen sobre el comportamiento del sistema en lazo cerrado. [12]

En primer lugar, se ingresó en *sisotool* la función de transferencia de la planta, obtenida previamente. Dado que la herramienta utiliza por defecto una entrada tipo escalón unitario (de 0 a 1), y el sistema en estudio debe estabilizarse en 0 radianes, fue necesario adecuar la señal de referencia. Para ello, se definió una función de transferencia adicional que, al aplicarle un escalón, simulara la transición desde  $\pi/12$  radianes (15 grados) hasta cero. Esto permitió realizar un análisis más representativo del comportamiento real del sistema. La expresión matemática de dicha función de transferencia es:

$$F = \frac{0,262S}{S + 5} \quad (69)$$

En la figura 9 se presenta la respuesta al escalón de la función de transferencia definida, junto con su implementación en el diagrama de bloques la arquitectura de control utilizada en *sisotool*. Esta representación permite visualizar cómo se integra la señal de referencia dentro del sistema de control, asegurando una transición adecuada desde  $\pi/12$  radianes hasta cero.

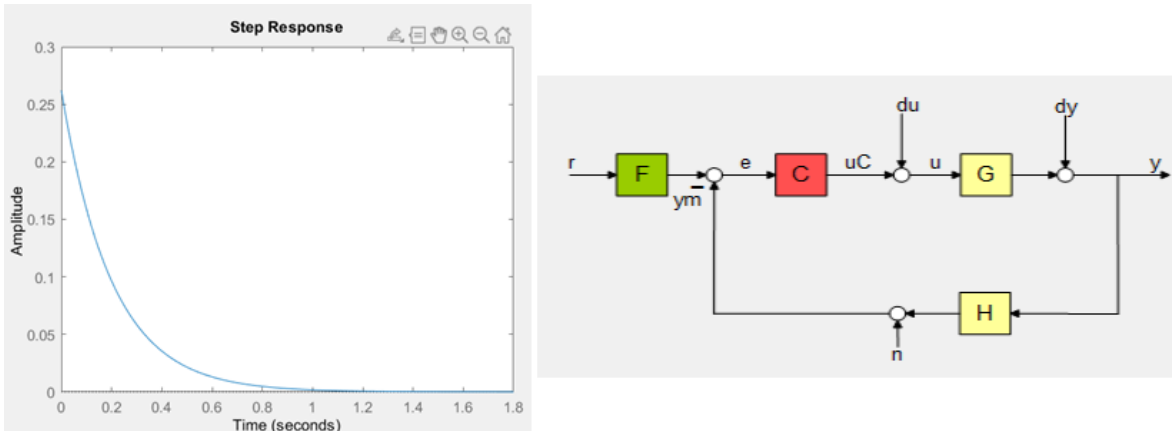


Figura 9. Respuesta al escalón de la función de transferencia de la referencia y arquitectura de control.

Posteriormente de seleccionar la arquitectura de control adecuada, se verificando que la configuración del diagrama de bloques en *sisotool* coincidiera con la establecida en el análisis realizado en el apartado *Estrategia de Control*. En lugar de ajustar directamente los parámetros  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  el diseño del controlador se realizó ubicando estratégicamente los ceros y el polo del sistema de control. De esta manera, se logró una compensación adecuada de la dinámica, dando estabilidad, la capacidad de seguimiento de la referencia y evitando en gran medida los sobrepasos.

La función de transferencia del controlador es:

$$G_C = 0,05 * \frac{(s + 0,07)(s + 29,93)}{s} = 0,05 * \frac{s^2 + 30 * s + 2}{s} \quad (70)$$

La respuesta del sistema con este controlador aplicado se muestra en la figura 10.

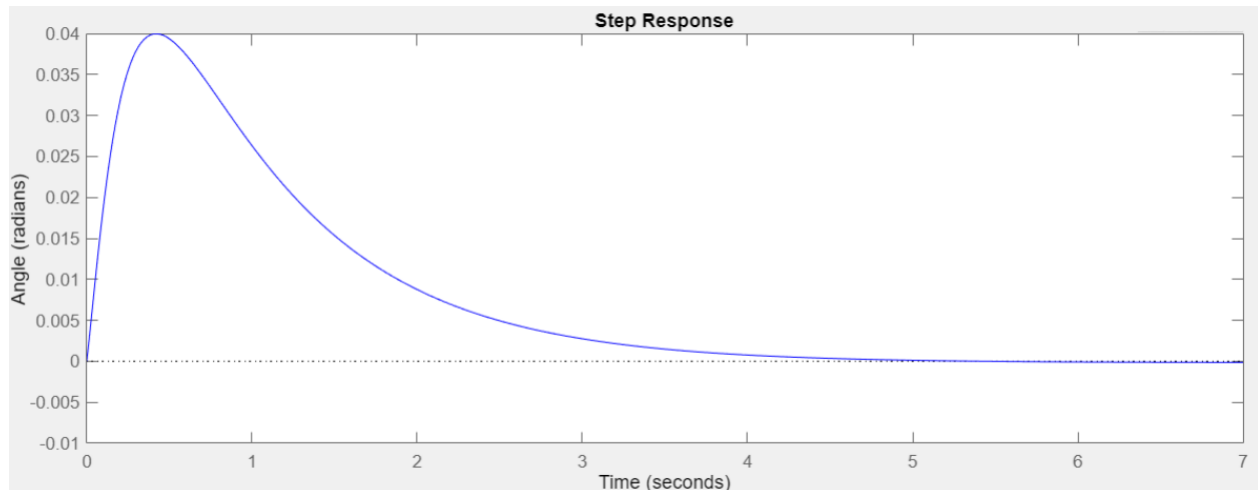


Figura 10. Respuesta del sistema con el controlador diseñado en *sisotool*.

También es posible expresar el controlador en su forma clásica del PDI como:

$$G_C = 1,5 + \frac{0,1}{s} + 0,05s \quad (71)$$

Con esta expresión se obtienen directamente los valores de los parámetros característicos del controlador:

- $K_p = 1,5$
- $K_i = 0,1$
- $K_d = 0,05$

Con los parámetros del controlador ya definidos, se procedió a implementar el sistema en el entorno *Simulink* de MATLAB. *Simulink* es una herramienta de simulación basada en diagramas de bloques, ampliamente utilizada a lo largo de la carrera para modelar sistemas dinámicos y diseñar arquitecturas de control. Su interfaz gráfica permite representar de manera intuitiva y precisa la interacción entre los distintos componentes de un sistema, incluyendo plantas, controladores, sensores y referencias.

En este caso, se construyó un modelo que representa el sistema en tiempo continuo, en el cual se incluyó el bloque *PID Controller*, una herramienta específica de *Simulink* que permite implementar controladores PID directamente. Este bloque admite la configuración manual de las tres ganancias del controlador ( $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$ ) y permite seleccionar entre diferentes estructuras de implementación, tales como forma paralela, estándar o ideal. Internamente, el bloque ejecuta la

ecuación diferencial continua correspondiente al control PID, integrando y derivando la señal de error en tiempo real para generar la acción de control adecuada. [13]

En la figura 11 se muestra el diagrama de bloques en *Simulink*, donde se observa la respuesta del sistema ante la misma señal de referencia utilizada en *sisotool*. Además, se incluye una perturbación aplicada en el segundo 5, evidenciando la capacidad del controlador para mitigar su efecto y recuperar el equilibrio.

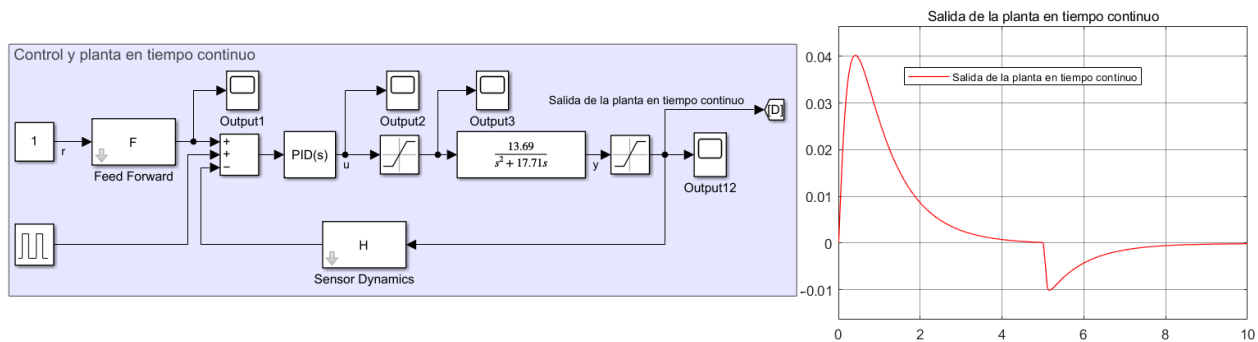


Figura 11. Implementación del controlador en tiempo continuo y respuesta del sistema ante referencia y perturbación.

Una vez verificado que el controlador en tiempo continuo lograba el desempeño esperado, se procedió a su discretización para su posterior implementación en ecuaciones en diferencias. La expresión en tiempo discreto del controlador es:

$$Cz = \frac{101.5 z^2 - 200 z + 98.5}{z^2 - 1} \quad (72)$$

El controlador discreto fue implementado en *Simulink*, siguiendo una metodología análoga a la utilizada en el dominio continuo. La principal diferencia radica en el empleo del bloque *Discrete Transfer Fcn*, al cual se le asignaron como parámetros el numerador y denominador de la función de transferencia en tiempo discreto, junto con un tiempo de muestreo de 1 ms.

Adicionalmente, se incorporó un retenedor de orden cero (Zero-Order Hold) para convertir la señal de control discreta en una señal continua compatible con la dinámica de la planta. La figura 12 ilustra esta implementación.

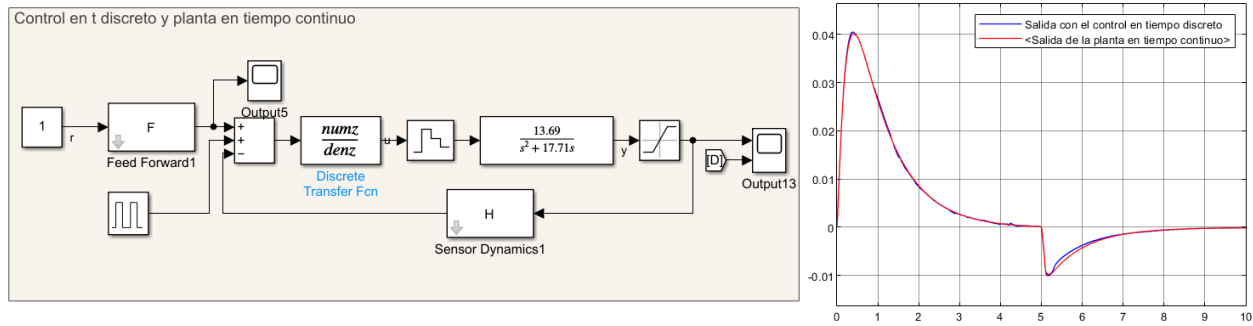


Figura 12 Implementación del controlador en tiempo discreto y comparación de la respuesta del sistema con control en tiempo continuo y discreto.

Comparando ambas respuestas donde:

- La respuesta del controlador en tiempo continuo se representa en rojo
- La del controlador discretizado en azul

Se observó que ambas dinámicas son prácticamente equivalentes. Esto es fundamental, ya que garantizó que la transición del diseño teórico en tiempo continuo a una implementación digital no degradó el desempeño del sistema. La similitud en las respuestas indica que el controlador discretizado mantiene las propiedades deseadas, como el tiempo de respuesta, el sobrepaso y la capacidad de rechazo de perturbaciones.

### 3.4 Control Representado en Ecuaciones en Diferencias

Para implementar el control PID en ecuaciones en diferencias se partió de su representación en el dominio de Laplace, expresada como una suma de términos:

$$C(s) = Kp + \frac{Ki}{s} + Kd * s \quad (73)$$

Cada uno de estos términos se discretizó por separado, utilizando métodos numéricos adecuados para su implementación en sistemas digitales.



### 3.4.1 Discretización del termino proporcional $K_p$

El término proporcional no requiere discretización, ya que corresponde a una ganancia constante. Su representación en tiempo discreto es directa:

$$u_p [k] = K_p \cdot e[k] \quad (74)$$

Siendo:

- $u_p [k]$  la señal de control proporcional en el instante actual  $k$ .
- $e[k]$  el error del sistema en el instante actual  $k$ .

### 3.4.2 Discretización del termino integral $K_i/s$

Para discretizar el término integral, se utilizó la aproximación de la integral en tiempo discreto mediante el método de Euler hacia atrás. La transformación de Laplace a dominio discreto se realiza mediante la siguiente aproximación:

$$\frac{1}{s} \approx \frac{T_s}{1 - z^{-1}} \quad (75)$$

Donde:

- $T_s$  es el tiempo de muestreo.
- $z^{-1}$  es el operador del retardo unitario.

Aplicando esta aproximación, se obtiene:

$$\frac{K_i}{s} \approx K_i * \frac{T_s}{1 - z^{-1}} \quad (76)$$

Reacomodando los términos:

$$u_I [k] - u_I [k - 1] = K_i * T_s * e[k] \quad (77)$$

Con lo que la ecuación en diferencias para el termino integral despejando es:

$$u_I [k] = u_I [k - 1] + K_i * T_s * e[k] \quad (78)$$



Siendo:

- $u_I[k]$  la señal de control integral en el instante actual  $k$ .
- $u_I[k - 1]$  la señal de control integral del compensador una muestra hacia atrás  $k - 1$ .

### 3.4.3 Discretización del termino derivativo $Kd*s$

La parte derivativa se discretizó utilizando la aproximación de la derivada en tiempo discreto. Para ello, se empleó el método de Euler hacia atrás, cuya aproximación en el dominio discreto es:

$$s \approx \frac{1 - z^{-1}}{T_S} \quad (79)$$

Aplicando esta aproximación al término derivativo, se obtiene:

$$Kd * s = Kd * \frac{1 - z^{-1}}{T_S} \quad (80)$$

Transformando esta expresión al dominio del tiempo discreto, se llega a la siguiente ecuación en diferencias para la parte derivativa:

$$u_D[k] = \frac{Kd * e[k] - Kd * e[k - 1]}{T_S} \Rightarrow u_D[k] = Kd * \frac{e[k] - e[k - 1]}{T_S} \quad (81)$$

Donde:

- $u_D[k]$  la señal de control derivativo en el instante actual  $k$ .
- $e[k - 1]$  el error del sistema en el instante anterior  $k - 1$ .

### 3.3.4 Controlador PID expresado en ecuaciones en diferencias

Al combinar las expresiones obtenidas para cada uno de los términos, la ecuación en diferencias completa del controlador PID discreto queda expresada como:

$$u[k] = u_P[k] + u_I[k] + u_D[k] \quad (82)$$

Sustituyendo las expresiones discretas de cada término, la ecuación final es:



$$u[k] = Kp \cdot e[k] + u_I [k - 1] + Ki * Ts * e[k] + Kd * \frac{e[k] - e[k - 1]}{Ts} \quad (83)$$

Donde:

- $u[k]$  señal de control total en el instante actual  $k$ .

Esta ecuación permite implementar el controlador PID en sistemas digitales, garantizando que la acción de control se ejecute en función de los valores actuales y pasados del error.

Si bien en este punto ya se contaba con los valores de los parámetros  $Kp$ ,  $Ki$ ,  $Kd$  y una buena aproximación del tiempo de muestreo  $Ts$ , se decidió mantener la ecuación en su forma general. Esto permite una mayor flexibilidad durante la fase de ajuste y sintonización, tanto en la simulación como en la implementación práctica. De esta manera, no es necesario reescribir la ecuación cada vez que se modifiquen los parámetros, lo que facilita el proceso de optimización del controlador.

Esta estrategia de expresar la ecuación de forma general es especialmente útil en la implementación el prototipo final, ya que permite modificar dinámicamente los parámetros del controlador para evaluar en tiempo real su impacto sobre la respuesta del sistema.

### 3.4.5 Implementación en *Simulink*

Para la implementación del controlador en ecuaciones en diferencias en *Simulink*, el primer paso fue la creación de bloques de funciones MATLAB, conocidos como MATLAB *Function Blocks*. Estos bloques permiten definir funciones personalizadas en lenguaje MATLAB dentro de un modelo de *Simulink*, facilitando la implementación de algoritmos que no pueden ser directamente representados mediante bloques estándar.

Además, esta metodología ofrece una ventaja clave: al programar el controlador en un MATLAB *Function Block*, el código queda estructurado de manera que puede ser fácilmente trasladado a otros lenguajes de programación, como C++, sin necesidad de modificaciones sustanciales. Esto resulta particularmente útil en la implementación final del controlador sobre hardware embebido, ya que permite una transición eficiente del entorno de simulación a la aplicación real.

En este caso, se utilizó esta herramienta para programar las tres señales de control por separado: proporcional, integral y derivativa. El código correspondiente a cada término del controlador se muestra en la figura 13.

<pre>function u_P = fcn(e_k, Kp) % Parte Proporcional u_P = Kp * e_k; end</pre>	<pre>function u_I = fcn(e_k, Ki, Ts) % Variables persistentes persistent e_k1 u_I_k1; if isempty(e_k1)     e_k1 = 0; % Error en el paso anterior end if isempty(u_I_k1)     u_I_k1 = 0; % Parte integral en                 % el paso anterior end % Parte Integral (usando Euler hacia atrás) u_I = u_I_k1 + Ki * Ts * e_k; % Actualizar valores anteriores e_k1 = e_k; u_I_k1 = u_I; end</pre>	<pre>function u_D = fcn(Ts, e_k, Kd) % Variables persistentes persistent e_k1; if isempty(e_k1)     e_k1 = 0; % Error en el paso                 % anterior end % Parte Derivativa (usando Euler) u_D = Kd * (e_k - e_k1) / Ts; % Actualizar valores anteriores e_k1 = e_k; end</pre>
---	--	---

Figura 13. Código del controlador con los términos por separado.

Una vez definidos los términos del control, se construyó el diagrama de bloques del sistema en *Simulink*, el cual se presenta en la figura 14.

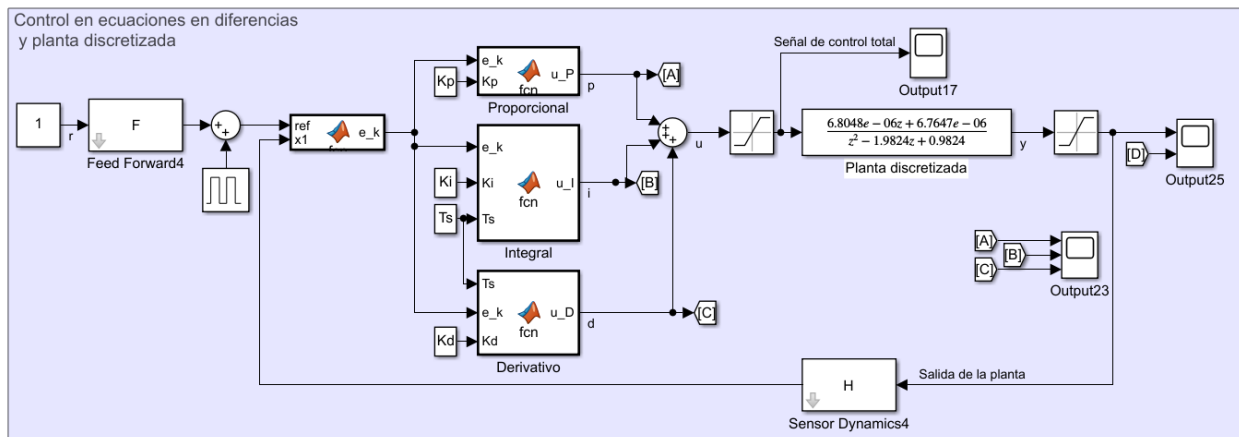


Figura 14. Diagrama de bloques con el control basado en ecuaciones en diferencias por términos

En la figura 14 se puede observar que una de las entradas de cada bloque MATLAB *Function* corresponde al error, el cual fue calculado previamente en un bloque independiente. Además, cada bloque cuenta con una segunda entrada que permite modificar los parámetros del controlador ( $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ ) y el tiempo de muestreo ( $T_s$ ). Esta estructura fue diseñada para facilitar la modificación de los valores de los parámetros directamente desde el *workspace* de MATLAB o

a través de un *script*, permitiendo un ajuste rápido y eficiente durante la simulación y prueba del sistema.

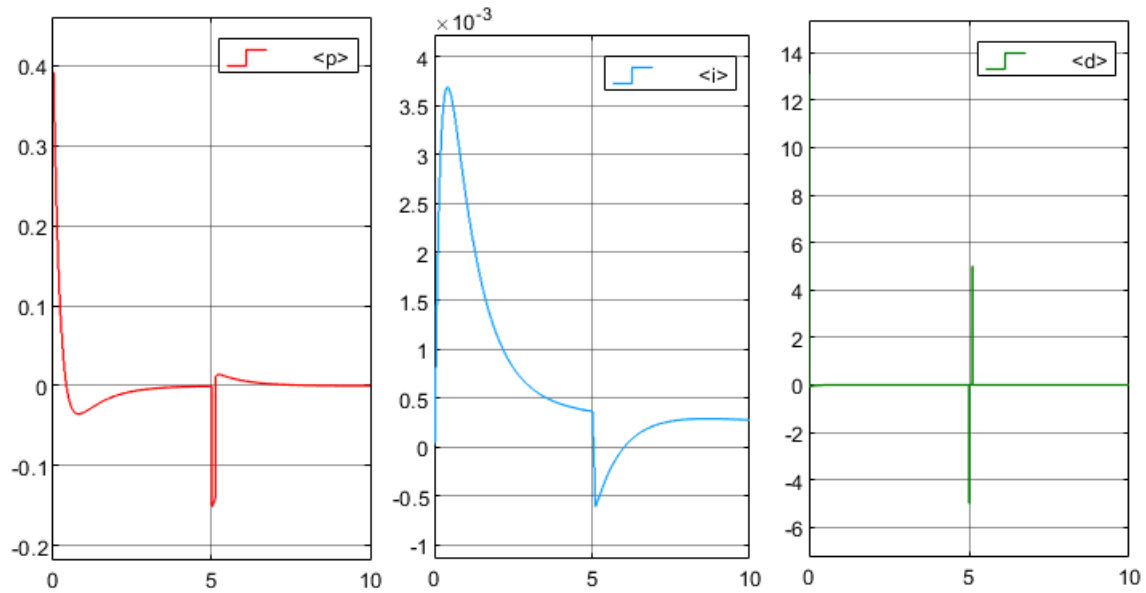


Figura 15. Señales de control por términos – proporcional, integral y derivativo.

A partir de las señales de control obtenidas para cada término (figura 15), se analizó la respuesta de la planta bajo una referencia y una perturbación, como se muestra en la figura 16.

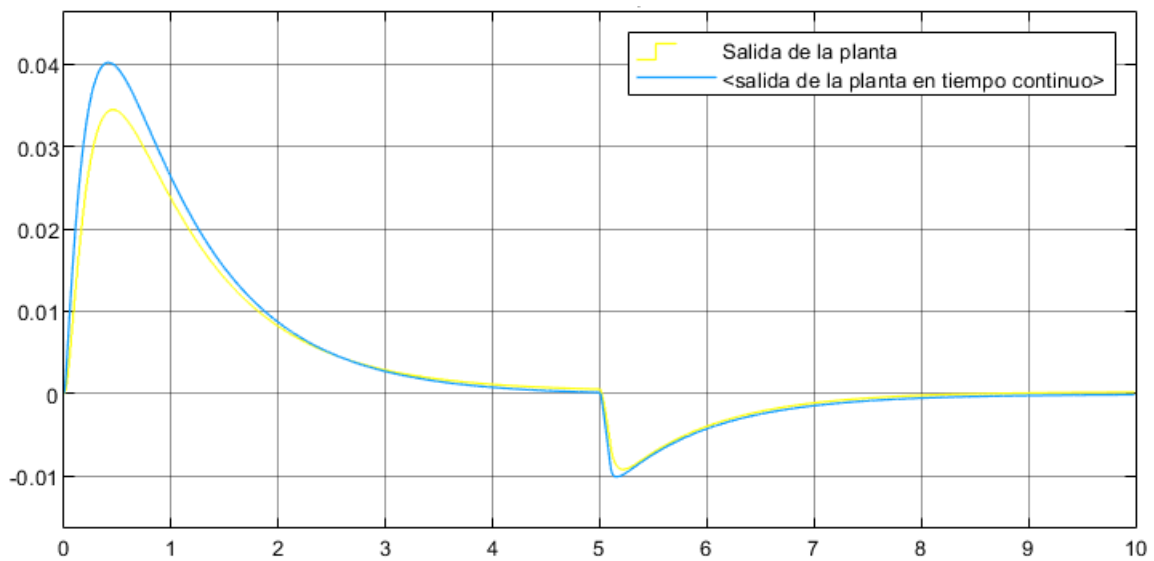


Figura 16. Respuesta de la planta ante una referencia y una perturbación.



Se observa que la respuesta de la planta en tiempo continuo, utilizando el bloque de control PID estándar de *Simulink* (señal azul), es similar a la respuesta de la planta en tiempo discreto, controlada mediante el controlador implementado en ecuaciones en diferencias (señal amarilla). Además, se destaca que el sistema bajo control discretizado presenta menores sobrepasos y mantiene el equilibrio en cero de manera más eficiente.

Una vez validado el desempeño del controlador discretizado, se integraron las tres señales de control en una única función MATLAB *Function*, obteniendo resultados equivalentes en la simulación. La implementación final del sistema con el controlador basado en ecuaciones en diferencias se muestra en la figura 17.

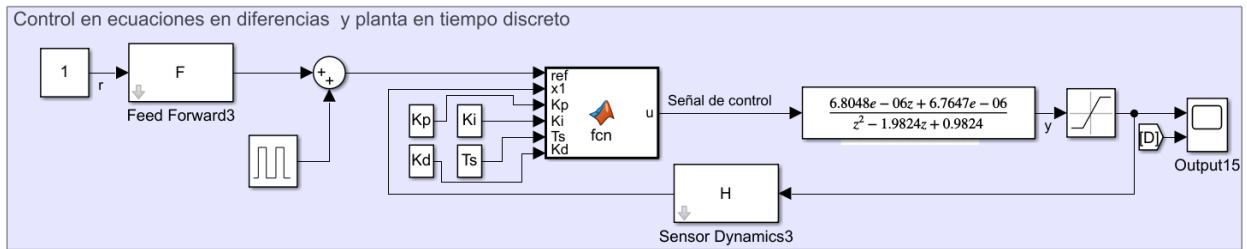


Figura 17. Diagrama de bloques con el control basado en ecuaciones en diferencias completo.

## CAPITULO 4: Validación Experimental del Modelo Teórico: Comparativa de Respuestas entre la Función de Transferencia y la Planta Física

En esta etapa, se implementó el controlador discreto basado en ecuaciones en diferencias dentro de *Simulink* y se ejecutó en la placa Arduino Nano del sistema físico. La señal de realimentación utilizada fue el ángulo de inclinación del balancín, medido mediante el potenciómetro incorporado en el mecanismo.

La comunicación entre *Simulink* y Arduino se realizó mediante el paquete de soporte *Simulink Support Package for Arduino Hardware* de *MathWorks*. Esta herramienta permite la transferencia de datos en tiempo real y la implementación de algoritmos de control directamente en el hardware [14]. De este modo, fue posible comparar la respuesta de la planta real con la función de transferencia obtenida del modelo matemático, asegurando una correlación entre ambas.

El primer paso consistió en familiarizarse con la herramienta. Para ello, se desarrolló un modelo en *Simulink* que permitió verificar la correcta adquisición de datos desde el Arduino utilizando el potenciómetro, como se muestra en la figura 18.

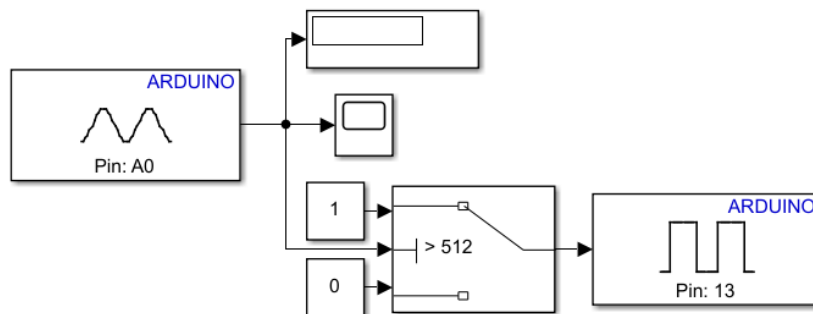


Figura 18. Esquema de adquisición de datos mediante entrada analógica y prueba de salida digital.

Para la adquisición de la señal del potenciómetro, se utilizó un bloque *Analog Input* configurado para leer el pin analógico A0 del Arduino. El potenciómetro se conectó como divisor de tensión, con sus extremos en GND y 5V, mientras que su terminal central se vinculó al pin analógico A0. El bloque *Analog Input* convirtió esta señal analógica en un valor digital de 0 a 1023, según la resolución de 10 bits del conversor analógico-digital (ADC) del Arduino. La lectura



obtenida se visualizó en tiempo real mediante un Scope y se representó numéricamente con un Display.

Para validar la correcta adquisición de datos, se implementó una prueba adicional utilizando un bloque *Digital Output*, asignado al pin digital 13 del Arduino. Este bloque controlaba el LED integrado en la placa con una lógica simple: si la lectura del A0 superaba 512 (aproximadamente 2.5V), el LED se encendía; en caso contrario, permanecía apagado.

Este procedimiento permitió verificar la comunicación entre *Simulink* y el hardware, asegurando que la señal adquirida reflejara fielmente la posición del potenciómetro y pudiera emplearse en la implementación del control del sistema.

El segundo paso consistió en aplicar el control directamente desde *Simulink*. Para ello, además de los bloques utilizados previamente, se incorporó un bloque *PWM Output*, configurado para comandar los pines 3 y 11 del Arduino, que controlan los motores derecho e izquierdo, respectivamente. Este bloque permite generar señales PWM, cuya modulación en el ciclo de trabajo determinó la velocidad de giro de los motores.

Se realizaron las modificaciones necesarias en el bloque *MATLAB Function*, donde se había implementado el control en ecuaciones en diferencias durante la simulación, asegurando su correcta ejecución dentro de *Simulink*. Posteriormente, se establecieron las conexiones en el modelo, como se ilustra en la figura 19.

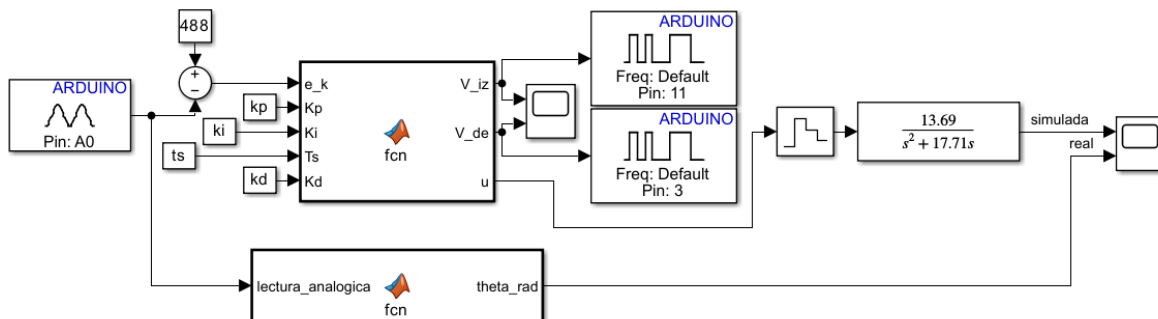


Figura 19. Diagrama de bloques en *Simulink* para implementación del control en la planta real.

Adicionalmente, se incorporó un bloque *MATLAB Function* para convertir la lectura analógica del potenciómetro en un ángulo expresado en radianes, permitiendo así la comparación directa entre la respuesta de la planta real y la simulada. La conversión se realizó en dos etapas:

1. Se obtuvo el ángulo en grados aplicando la ecuación:

$$\theta^{\circ} = 0.244 \cdot A + 119.5 \quad (84)$$



Donde  $A$  representa la lectura analógica del potenciómetro, con valores comprendidos entre 325 y 651, que corresponden a un rango de  $-40^\circ$  a  $40^\circ$ . Esta información fue extraída del informe de la PPS. [1]

2. Conversión de grados a radianes, mediante la relación:

$$\theta_{rad} = \theta^\circ * \frac{\pi}{180} \quad (85)$$

Esta transformación permitió analizar la respuesta del sistema real en la misma escala que la obtenida a partir del modelo matemático, facilitando la comparación entre ambas respuestas, como se muestra en la figura 20.

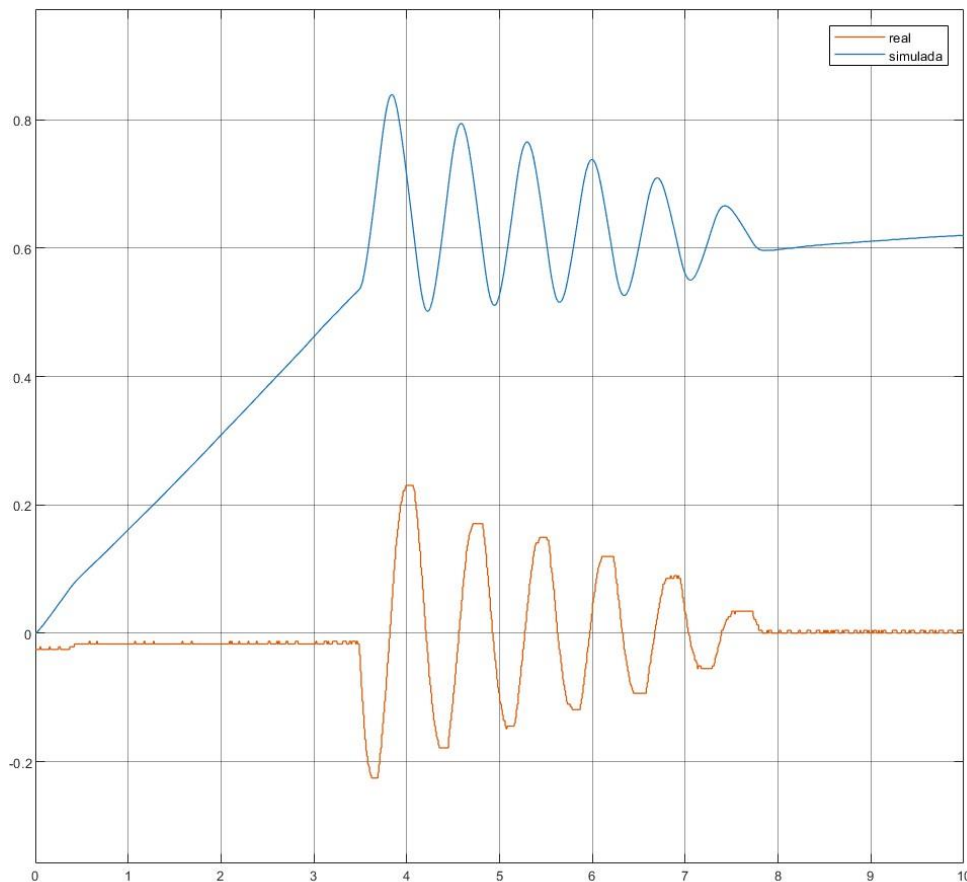


Figura 20. Comparación entre la respuesta de la planta simulada y la planta real.

A primera vista, podría parecer que el modelo no representó con exactitud el comportamiento de la planta real. En la simulación, se observó lo siguiente:

- Diferencia en la tendencia inicial del ángulo (0 a 3,5 segundos):

En la simulación, el ángulo presentó un crecimiento sostenido en sentido antihorario, mientras que en la planta real el sistema logró alcanzar un estado de equilibrio muy próximo a



cero. Esta discrepancia sugirió que existen factores presentes en la planta real, como pequeñas asimetrías o efectos de fricción no modelados, que contribuyeron a estabilizar la respuesta.

- Comportamiento ante perturbaciones externas (3,5 a 8 segundos):

Cuando se introdujo una perturbación leve, ambas respuestas mostraron una evolución similar, lo que indicó que el coeficiente de fricción, obtenido de forma empírica, es una buena aproximación al valor real. En este intervalo, la dinámica del sistema físico y la del modelo presentaron una correspondencia significativa.

- Precisión en la recuperación del equilibrio (8 a 10 segundos):

Al alcanzar el estado de reposo, la planta real mostró una mayor precisión en la estabilización del ángulo, mientras que en la simulación persistió un leve crecimiento del ángulo. Esto sugirió que el sistema físico cuenta con mecanismos adicionales de disipación que no fueron completamente modelados.

Si bien en la simulación se observó un crecimiento constante del ángulo (como si el sistema girara en sentido antihorario), esta diferencia puede atribuirse a una leve asimetría en el sistema físico, probablemente ocasionada por una descompensación de peso en el lado derecho. Esta asimetría, no contemplada en el modelo matemático, introduce una diferencia en la demanda de torque entre ambos motores, lo que obliga al motor derecho a generar un mayor empuje para mantener el equilibrio. Como consecuencia, al aplicar la señal de control diseñada para la planta real a la simulación, se genera el desplazamiento angular mencionado.

En la figura 21, se observó cómo el sistema compensa esta diferencia mediante ajustes en el ancho de pulso aplicado al motor derecho en diferentes instantes. No obstante, en condiciones de estabilidad, ambas señales PWM se mantuvieron mayormente en 89, valor establecido para que ambos motores operen a la misma velocidad en estado de equilibrio.

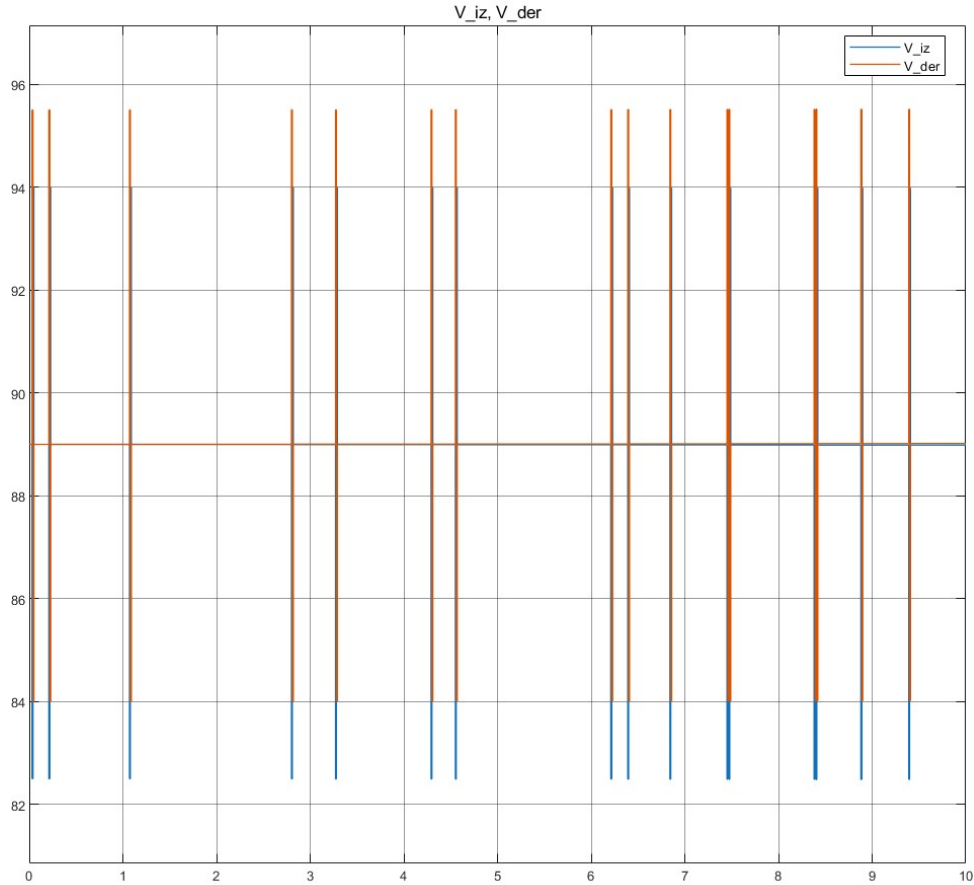


Figura 21. Ancho de pulso aplicado a los motores izquierdo y derecho en estado estable.

Para garantizar la validez de la comparación, la adquisición de datos y la frecuencia de muestreo se configuraron de manera que coincidieran con los parámetros utilizados en el modelado. En particular, se estableció una frecuencia de muestreo de  $T_s = 10 \text{ ms}$ , configurando el parámetro *fixed step* (fundamental sample time) con el mismo valor.

Si bien esta frecuencia de muestreo es menor que la utilizada en la etapa de simulación, la reducción fue necesaria para asegurar que el Arduino pudiera ejecutar todas las operaciones en tiempo real sin comprometer la precisión de los resultados. Además, dado el comportamiento dinámico de la planta, esta tasa de muestreo resultó suficiente para garantizar la estabilización del sistema sin inconvenientes.



## CAPITULO 5: Implementación y Ajuste del Controlador a Lazo Cerrado en el Prototipo Físico

A partir del programa desarrollado para el control a lazo abierto, se integró la ecuación en diferencias validada en el capítulo anterior, la cual demostró ser efectiva para estabilizar la estructura pivotante. Este ajuste permitió la transición del sistema a un esquema de control a lazo cerrado, asegurando una respuesta estable ante perturbaciones externas.

```
//double error = thetaRef - theta;  
double error = analogRead(sensorAngulo)  
  
// Término proporcional  
double P = Kp * error;  
  
// Término integral  
double I = I_K1 + Ki * error * DT;  
  
// Evitar acumulación excesiva  
//I = constrain(I, -50, 50);  
  
// Término derivativo  
double D = 0;  
if (DT > 0) {  
    D = Kd * (error - prevError) / DT;  
}  
  
// Guardar valores previos  
prevError = error;  
I_K1 = I;  
  
// Calcular salida con saturación  
output = P + I + D;  
output = constrain(output, -64, 64);  
  
// Aplicar límites al PWM (10% - 60%)  
int Viz = constrain(89 + output, 25, 153);  
int Vde = constrain(89 - output, 25, 153);  
  
// Enviar señales PWM  
analogWrite(Mizq, Viz);  
analogWrite(Mder, Vde);
```

Figura 22. Ecuaciones en diferencias programadas en Arduino.



La implementación de las ecuaciones en diferencias (figura 22) se realizó dentro de la función *void loop* del programa en Arduino, permitiendo que el sistema siga la referencia establecida y responda a perturbaciones de manera similar al control ejercido desde Simulink.

Además, se implementó la visualización en tiempo real de los valores de PWM aplicados a cada motor y del ángulo de la estructura en la pantalla LCD, lo que permitió un monitoreo continuo del sistema durante su operación. En la figura 23 se muestra:

- A la izquierda el código utilizado para la configuración y uso de la pantalla LCD.
- A la derecha la pantalla LCD exhibiendo los valores de PWM y el ángulo en tiempo real.

```
theta=(0.244*analogRead(sensorAngulo)-119.056);  
lcd.setCursor(0,0);  
lcd.print("pwm iz:");  
lcd.print(Viz);  
lcd.setCursor(0,10);  
lcd.print(" de:");  
lcd.print(Vde);  
lcd.setCursor(0,1);  
lcd.print("angulo:");  
lcd.print(theta);  
lcd.print(" ");
```



Figura 23. Visualización en tiempo real del PWM y el ángulo en la pantalla LCD.

## 5.1 Ensayos y Análisis de Desempeño

Para los ensayos, se implementó el control utilizando inicialmente los parámetros obtenidos en la simulación:

- $K_p = 1,5$
- $K_i = 0,1$
- $K_d = 0,05$

### 5.1.1 Ensayo 1: Respuesta ante perturbaciones impulsivas

Este ensayo consistió en aplicar perturbaciones de corta duración a la estructura para evaluar su capacidad de recuperación. Para ello, se generaron pequeños golpes o movimientos en zonas específicas del sistema, como se destaca en la figura 24.

Luego de cada perturbación, el sistema respondió inicialmente con una oscilación amortiguada, desviándose levemente de la posición de equilibrio. Sin embargo, gracias a la acción del controlador, el balancín logró recuperar su orientación original. La respuesta observada mostró una rápida atenuación de las oscilaciones y una reducción progresiva del error, tanto positivo como negativo, hasta alcanzar nuevamente la referencia. En todos los casos, el sistema tendió a estabilizarse sin errores persistentes, confirmando la efectividad del control implementado ante excitaciones externas de corta duración.



Figura 24. Estructura de soporte preparada para la aplicación de perturbaciones impulsivas.

La estructura de soporte mostrada en la figura 24 corresponde a un rediseño de la pieza encargada de sostener el motor. En esta nueva versión se incorporó un brazo auxiliar con curvatura en forma de “J” invertida, el cual permite manipular manualmente la estructura basculante para inducir perturbaciones controladas durante las pruebas experimentales. Esta adición respondió a la necesidad de facilitar la evaluación del comportamiento dinámico del sistema ante entradas externas.

El rediseño fue posible gracias a la modularidad del prototipo, previamente planteada en el proyecto de la PPS. Esta característica permitió reemplazar la pieza original de forma sencilla, sin necesidad de modificar el resto del ensamblaje. El procedimiento consistió únicamente en retirar dos tornillos, reemplazar la pieza por la nueva versión modificada y volver a fijarla con los mismos elementos de sujeción. Este enfoque, como se mencionó en la PPS [1], optimiza el mantenimiento y las mejoras iterativas del diseño.

### 5.1.2 Ensayo 2: Respuesta ante Variaciones Paramétricas

En este ensayo, se utilizaron dos piezas de 2g y 4g para ser incorporadas al dispositivo mediante la estructura utilizada en el Ensayo 1, la cual se muestra en la figura 24. Estas masas fueron diseñadas y fabricadas de manera modular y en conjunto con la estructura de soporte, permitiendo su acople sin necesidad de ajustes adicionales.

En la figura 25 se observa el diseño de las masas de perturbación y su disposición en el sistema. La elección de la masa de 4 g se fundamentó en el análisis presentado en el apartado *Validación de las simplificaciones*, donde se determinó que el empuje máximo de los motores, con el ciclo de trabajo máximo definido, era de 11,6 g. Considerando este valor y los resultados de pruebas preliminares, se concluyó que una perturbación de 4 g suponía un desafío adecuado para evaluar el comportamiento del sistema. Adicionalmente, se incluyó una masa de 2 g con el objetivo de analizar su impacto en la estabilidad del dispositivo bajo distintas condiciones operativas.



Figura 25. Masas de perturbación y su aplicación en el dispositivo.



El ensayo se dividió en dos partes. En la primera, las masas fueron agregadas en uno u otro extremo de la estructura pivotante con el sistema en estado de reposo, es decir, con los motores apagados y sin que el sistema hubiese alcanzado el equilibrio. Se observó que, al activar el sistema, este requería un mayor tiempo para alcanzar la estabilidad en comparación con el caso en el que no se aplicaban cargas de perturbación.

En la segunda parte del ensayo, las masas fueron colocadas con el sistema en estado estable, es decir, con los motores en funcionamiento y el equilibrio ya logrado. En este escenario, se detectó que la planta presentaba inicialmente un error en estado estable, pero lograba recuperar el equilibrio de manera progresiva.

Asimismo, al retirar las cargas el sistema mostró una respuesta similar: primero alcanzó una nueva estabilidad con un pequeño error en estado estable y, posteriormente, restableció por completo el equilibrio.

Cabe resaltar que la colocación de las masas debe realizarse siguiendo las recomendaciones de seguridad establecidas en el Anexo A: *Manual de Uso – Robot Balancín*. Todos los ensayos y pruebas se llevaron a cabo bajo supervisión y con las medidas de seguridad correspondientes.

### 5.1.3 Ajuste de Parámetros del Controlador PID

A partir de los resultados obtenidos en los ensayos, se realizó un ajuste de los parámetros del controlador PID con el objetivo de mejorar la respuesta del sistema ante perturbaciones y garantizar un tiempo de estabilización óptimo.

Los nuevos valores de los parámetros del controlador son:

- $K_p = 0,5$
- $K_i = 0,1$
- $K_d = 0,05$



La reducción de  $K_p$  desde 1,5 a 0,5 no se basó en un procedimiento analítico formal, sino que fue ajustada empíricamente a partir de la observación directa del comportamiento del sistema ante perturbaciones impulsivas. Con el valor original, el robot balancín presentaba oscilaciones sostenidas entre valores positivos y negativos, lo que se traducía en una respuesta inestable y un tiempo de estabilización prolongado. Mediante sucesivas pruebas y ajustes manuales, se determinó que un valor menor de  $K_p$  permitía una respuesta más suave, reduciendo la amplitud de las oscilaciones y logrando una estabilización más rápida. Este proceso iterativo de ajuste, común en la etapa de puesta a punto fina en sistemas con movimientos físicos, resultó especialmente útil dado que la planta experimental presenta pequeñas diferencias respecto del modelo teórico.

Este ajuste se realizó considerando la dinámica observada en los ensayos, donde se evidenció que la estabilidad del sistema depende en gran medida de una correcta sintonización del controlador. Con estos nuevos parámetros, la respuesta ante perturbaciones es la esperada, minimizando el error en estado estable y optimizando el tiempo de recuperación.

## 5.2 Análisis del Rechazo de Perturbaciones en el Sistema en Lazo Cerrado

La figura 26 muestra el sistema en lazo cerrado sujeto a una perturbación, la cual puede corresponder a cualquiera de los dos tipos analizados en los ensayos anteriores. En este modelo, se consideró que el sistema posee dos entradas: la referencia y la perturbación. Dado que el sistema es lineal, cada una de estas entradas puede analizarse de manera independiente, y sus respectivas respuestas pueden sumarse para obtener la salida total. La manera en que estas señales ingresan al sistema se representa en el punto de suma central, con un signo positivo o negativo según la dirección en la que actúe la perturbación (por ejemplo, dependiendo de en qué lado de la estructura pivotante se coloque la masa adicional).

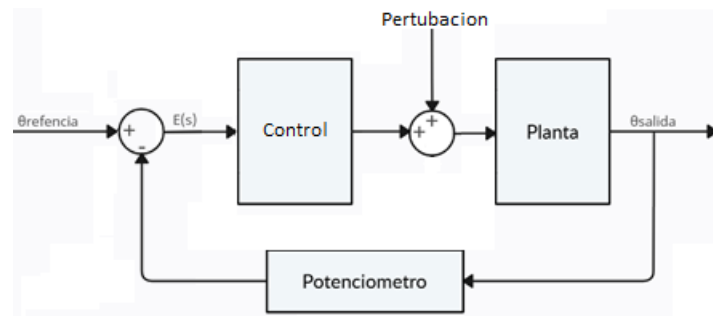


Figura 26. Sistema en lazo cerrado sujeto a perturbaciones.

Para analizar el efecto de la perturbación  $D(s)$ , se parte del supuesto de que el sistema se encuentra inicialmente en reposo, con un error de estado estable igual a cero. En estas condiciones, la respuesta del sistema únicamente ante la perturbación se expresa como:

$$\frac{C_D(s)}{D(s)} = \frac{G_P(s)}{1 + G_C(s) * G_P(s) * H(s)} \quad (86)$$

Siendo:

- $G_P(s)$  es la función de transferencia de la planta
- $G_C(s)$  es la función de transferencia del controlador
- $H(s)$  es la función de transferencia del sensor, en este caso, el potenciómetro.



Por otra parte, si se analiza la respuesta del sistema ante la entrada de referencia  $R(s)$ , suponiendo ahora que la perturbación es nula. Entonces, la respuesta  $C_R(s)$  a la entrada de referencia se expresa como:

$$\frac{C_R(s)}{R(s)} = \frac{G_C(s) * G_P(s)}{1 + G_C(s) * G_P(s) * H(s)} \quad (87)$$

Dado que el sistema es lineal, la respuesta total ante la aplicación simultánea de la referencia y la perturbación se obtiene sumando las dos respuestas individuales, es decir:

$$C(s) = C_D(s) + C_R(s) = \frac{G_P(s)}{1 + G_C(s) * G_P(s) * H(s)} * [G_C(s) * R(s) + D(s)] \quad (88)$$

Por lo tanto, como se observó en los ensayos, el sistema en lazo cerrado es capaz de atenuar significativamente los efectos de las perturbaciones. En este caso, la función de transferencia en lazo cerrado asociada a la perturbación,  $C_D(s)/D(s)$  se aproxima a cero ya que se demuestra que se cumple que  $|G_C(s) * H(s)| \gg 1$  y, por ende,  $|G_C(s) * G_P(s) * H(s)| \gg 1$ . Esto confirma que el sistema suprime eficazmente las perturbaciones externas, coincidiendo con la conclusión presentada en el libro *Ingeniería de control moderna* (Quinta edición), K.Ogata [4] capítulo 2 sección 3, donde se analiza la supresión de perturbaciones en sistemas en lazo cerrado.



## CAPITULO 6: Interfaz Grafica

Uno de los objetivos planteados en el desarrollo del prototipo fue la implementación de una interfaz intuitiva que permitiera un uso sencillo del dispositivo, especialmente en el contexto de clases de control o demostraciones experimentales. Para ello, se diseñó un sistema de menú estructurado que, a través del encoder y la visualización de información en la pantalla, permite configurar y ajustar los parámetros del controlador sin necesidad de reprogramar el microcontrolador.

Durante la implementación y el ajuste del control en lazo cerrado, se identificaron varias limitaciones en la operatividad del sistema. Entre los principales inconvenientes detectados se destacan:

- El controlador se activaba automáticamente al encender el Arduino, sin permitir ajustes previos.
- La modificación de los parámetros de control (ganancias  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ ) requería la carga de un nuevo código en la placa.
- La referencia del sistema no podía variarse dinámicamente, sino que debía establecerse previamente en el código.

Para solucionar estas problemáticas y en función de tener un dispositivo con una buena interacción, se implementó un menú estructurado en seis etapas:

1. Estado de reposo: Al iniciar el sistema, los motores permanecen desactivados ( $PWM = 0$ ) y la pantalla LCD muestra el mensaje "Menú 0 Estado de reposo".
2. Ajuste de  $K_p$ : Se habilita la configuración de la ganancia proporcional, mostrando en la pantalla "Menú 1: Proporc" en la primera línea y en la segunda "kp : X.XX". El valor se incrementa o decrementa en pasos de 0.01 al girar el encoder en sentido horario o antihorario, respectivamente.
3. Ajuste de  $K_i$ : Similar al paso anterior, pero ajustando la ganancia integral. La pantalla muestra "Menu 2: Integral" en la primera línea y en la inferior "ki: X.XX".
4. Ajuste de  $K_d$ : Se permite la modificación de la ganancia derivativa, con la pantalla indicando "Menú 3: Derivat" en el reglón superior y en el inferior "kd : X.XX".
5. Configuración de la referencia: Se establece el ángulo de referencia del sistema, con un rango de ajuste de  $\pm 15^\circ$ . La pantalla muestra en el reglón superior "menu 4:" y en el inferior "Ángulo de ref: X.XX°".
6. Ejecución del control: Una vez configurados los parámetros, el sistema entra en modo de control en lazo cerrado. Se implementa la ecuación en diferencias. La pantalla LCD muestra en tiempo real los valores de PWM aplicados a cada motor en la línea superior ("I: PWMx D: PWMy") y el ángulo de inclinación del balancín en la línea inferior ("Ángulo: X.XX°").



Al finalizar el análisis del control, el sistema regresa al menú inicial, permitiendo repetir el proceso. La navegación entre cada etapa se realiza mediante el pulsador integrado en el encoder, avanzando secuencialmente a través de las etapas en el orden descrito anteriormente.



Figura 27. Secuencia de visualización del menú en la pantalla LCD.

Esta interfaz no solo mejoró significativamente la experiencia del usuario, sino que también fortaleció el carácter educativo y experimental del prototipo. Al permitir el ajuste dinámico de los parámetros del controlador y la referencia de manera directa desde el hardware, se eliminan barreras comunes en el uso de sistemas embebidos, como la necesidad de reprogramación constante. Además, su implementación mediante una lógica de menús simple e intuitiva facilitó la interacción incluso para usuarios sin experiencia previa en programación, promoviendo así un entorno ideal para la enseñanza. De esta manera, la interfaz gráfica se consolidó como un componente clave del dispositivo, alineada con los objetivos de accesibilidad, flexibilidad y aplicabilidad didáctica planteados desde el inicio del proyecto.



## CAPITULO 7: Análisis de Costos

Para el análisis de costos, se tomó como base las listas de materiales formuladas durante la Práctica Profesional Supervisada [1], ajustando los precios debido a la inflación, dado que los valores originales correspondían a octubre/noviembre de 2024. Además, se agregó una columna para indicar la procedencia de cada elemento, especificando si el gasto fue cubierto por el alumno, el laboratorio o si el componente fue reciclado. Los detalles completos se presentan en las Tablas 3, 4 y 5.

Tabla 3. Componentes para la construcción de la fuente.

Componente	Cantidad	Costo unitario	Costo total	Procedencia
Regulador LM317	2	\$2.450	\$4.900	Adquirido
Diodos 1N4001	4	\$410	\$1.640	Donado
Capacitores electrolíticos 10uF	2	\$10	\$200	Donado
Capacitores electrolíticos 1uF	2	\$10	\$200	Donado
Capacitor ceramio 0.1uF (104)	2	\$75	\$150	Donado
Resistencia de 220Ω	2	\$20	\$40	Donado
Trimpot de 1kΩ	1	\$500	\$500	Donado
Trimpot de 2kΩ	1	\$500	\$500	Donado
Papel fotográfico	1	\$200	\$200	Adquirido
Acido percloruro férrico	250Cc	\$4.000	\$4.000	Donado
Fuente CC 12V 1A	1	\$4.300	\$4.300	Reciclado
Placa de cobre simple faz 33x61mm	1	\$2.000	\$2.000	Donado
Costo total de la fuente multinivel			\$18.730	

Siendo:

- Adquirido: Materiales comprados específicamente para el proyecto por el alumno.
- Reciclado: Componentes reutilizados de otros proyectos o dispositivos. La reutilización de elementos contribuye a la reducción de costos y al aprovechamiento de recursos disponibles, promoviendo un enfoque más sustentable en el desarrollo del prototipo.



- Donado: Insumos proporcionados por el laboratorio para la construcción y experimentación.

Tabla 4. Componentes para la construcción de la estructura mecánica.

Componente	Cantidad	Costo unitario	Costo total	Procedencia
PLA (diversos colores)	600 grs	\$17.500/kilo	\$10.500	Adquirido
Rodamientos 608	2	\$900	\$1.800	Adquirido
Tornillos de 1/8"x10mm	18	\$10	\$180	Adquirido
Tornillos de 1/8"x20mm	8	\$10	\$80	Adquirido
Tornillos de 1/8"x30mm	1	\$10	\$10	Adquirido
Tuercas de 1/8"	27	\$10	\$270	Adquirido
Tornillos para madera 1/8 x 10mm	6	\$10	\$60	Adquirido
Tornillos para madera 1/8 x 30mm	4	\$10	\$40	Adquirido
Madera MDF de 18mm de espesor de 31x17cm	1	\$1500	\$1500	Reciclado
Costo total de la estructura mecánica			\$14.440	

Tabla 5. Componentes necesarios para el control.

Componente	Cantidad	Costo unitario	Costo total	Procedencia
Motor DC 3,7V 30000RPM 100mA	2	\$4.000	\$8.000	Adquirido
Hélices	2	\$1.100	\$2.200	Adquirido
Potenciómetro lineal de 10kΩ	1	\$2.300	\$2.300	Adquirido
Arduino nano	1	\$7.500	\$7.700	Reciclado
Módulo IRF520N	2	\$2.800	\$6.000	Adquirido
Pantalla LCD 16X2 con i2c	1	\$7.400	\$7.400	Adquirido
Encoder rotativo con pulsador	1	\$3.000	\$3.000	Adquirido
Batería de litio 18650	1	\$4.440	\$4.700	Adquirido
Porta batería 18650	1	\$1.800	\$1.800	Adquirido
Modulo cargador de batería 18650	1	\$1.690	\$2.100	Adquirido
Costo total de los elementos de control			\$45.200	



El gasto total asumido por el alumno para la construcción del dispositivo fue de \$55.840, mientras que el ahorro obtenido mediante el uso de materiales reciclados ascendió a \$13.500. Adicionalmente, el laboratorio proporcionó insumos por un valor de \$9.030.

De este modo, si todos los componentes hubieran sido adquiridos, el costo total de construcción del dispositivo habría sido de \$78.370, para abril del 2025. La distribución de estos costos puede apreciarse de manera más visual en la figura 28, que presenta un gráfico de torta con la proporción de cada categoría de gasto.

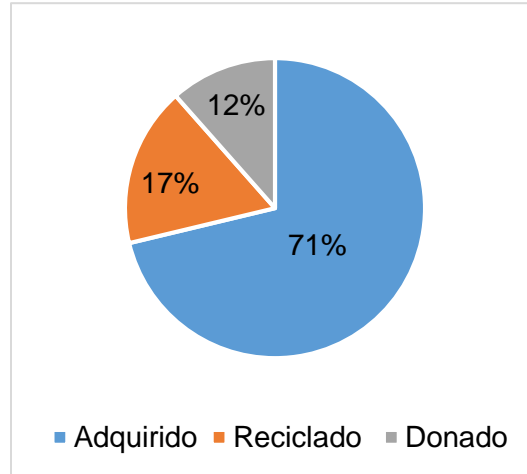


Figura 28. Proporción de costos: adquiridos, reciclados y donados.

## 7.1 Optimación de Costos

Para optimizar y reducir los costos del prototipo, es importante considerar distintos escenarios. En primer lugar, un caso en el que la construcción de un nuevo dispositivo no esté destinada a exhibiciones. Luego, una variante en la que no se utilice un controlador como Arduino. Finalmente, una opción en la que solo se emplee la parte mecánica y se rediseñe completamente la electrónica de control y potencia.

### 7.1.1 Escenario 1: Dispositivo para Aplicaciones no Demostrativas

En el caso de que el dispositivo no se utilice para demostraciones, se puede prescindir de la movilidad y la independencia energética, eliminando la necesidad de la fuente multinivel y su circuito asociado. Además, se puede suprimir el sistema de alimentación de potencia, es decir, la batería y sus accesorios.



Para este caso, la alimentación de los motores (3,7V) y de la electrónica de control (5V para el Arduino, la pantalla LCD, etc.) se realizaría mediante una fuente de alimentación de laboratorio. Esta modificación reduciría significativamente la portabilidad del sistema, restringiendo su uso a entornos controlados, como un laboratorio, debido al peso y tamaño de la fuente externa. Con esta reducción de componentes, el costo total de construcción del robot se reduciría a \$51.040.

### **7.1.2 Escenario 2: Implementación de un Controlador Alternativo**

En este escenario, además de la optimización mencionada en el apartado anterior—donde el dispositivo no se utiliza para exhibiciones y se prescinde de la fuente multinivel—se considera la sustitución del controlador por una alternativa que permita implementar otras estrategias de control.

Este cambio implica que la parametrización de los valores del controlador ya no se realizará directamente en el dispositivo, sino que deberá ser configurada externamente a través del controlador seleccionado. Como consecuencia, se elimina la necesidad de la pantalla LCD y el encoder, lo que reduce aún más los costos y simplifica el hardware del sistema, aunque también limita su flexibilidad y facilidad de ajuste en tiempo real.

Con estas modificaciones, el costo estimado para la construcción de un nuevo dispositivo, sin considerar el costo del nuevo controlador, se reduciría a \$33.140.

### **7.1.3 Escenario 3: Uso de la Estructura Mecánica.**

Este escenario representa la simplificación máxima del prototipo, conservando únicamente la estructura mecánica, es decir, la estructura pivotante, los rodamientos, los motores, las hélices y las columnas de soporte, y eliminando por completo la caja cubre-electrónica, la base y todos los componentes electrónicos.

En este caso extremo, el costo de construcción del dispositivo se reduciría a \$24.500, con la desventaja de que sería necesario rediseñar completamente la electrónica y cualquier otro subsistema no incluido. No obstante, esta opción puede resultar beneficiosa para aplicaciones



donde se requiera un rediseño total, tanto a nivel electrónico como en términos de presentación del dispositivo.

El análisis de costos y las estrategias de optimización presentadas muestran que es posible reducir significativamente el precio de construcción del prototipo. Sin embargo, cada reducción implica una relación de compromiso en términos de funcionalidad, versatilidad y facilidad de uso. La eliminación de ciertos componentes, como la fuente de alimentación portátil o la interfaz gráfica, limita la aplicabilidad del dispositivo en distintos entornos y reduce su capacidad para ajustes dinámicos.

Por lo tanto, en futuros desarrollos o replicaciones del prototipo, será fundamental evaluar cuidadosamente los requerimientos específicos de cada caso de uso. La decisión sobre qué elementos conservar o eliminar debe equilibrar el costo con las prestaciones necesarias para garantizar que el dispositivo cumpla con los objetivos, ya sea para demostraciones en laboratorio, experimentación en control o rediseños específicos.

## CAPITULO 8: Impacto Académico y Educativo del Proyecto

Uno de los principales objetivos del proyecto fue el desarrollo de una plataforma educativa aplicable en el ámbito académico. Este objetivo se logró con éxito, ya que el dispositivo puede ser utilizado en diversas materias y actividades de distintas maneras.

### 8.1 Aplicación en la Materia *Sistemas de Control*

Una de las principales aplicaciones del robot balancín es su uso como plataforma demostrativa en la enseñanza de control automático. En particular, permite ilustrar de manera tangible el funcionamiento de un controlador PID y cómo la variación de sus parámetros afecta la respuesta del sistema. Para ello, se diseñó una interfaz gráfica con un menú interactivo y un encoder rotativo, lo que permite ajustar los parámetros del control en tiempo real, como se detalló en el *Capítulo 6: Interfaz Gráfica*.

Para validar su utilidad en el ámbito académico, se coordinó una demostración con la cátedra de la materia *Sistemas de Control*, en la cual se presentó el dispositivo a los alumnos, mostrando su comportamiento y permitiendo la experimentación con distintas configuraciones del controlador.

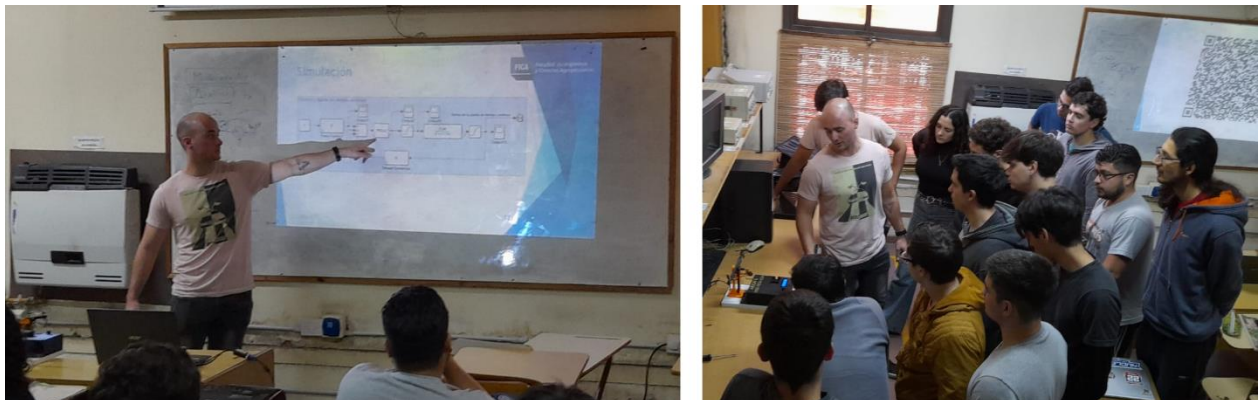


Figura 29. Presentación del prototipo ante los alumnos de Sistemas de Control.

Tras finalizar la demostración del funcionamiento del dispositivo, su configuración y uso, los alumnos tuvieron la oportunidad de interactuar directamente con el robot balancín, ajustando sus parámetros y observando en tiempo real los efectos en su comportamiento. Luego de esta instancia práctica, se realizó una encuesta con una serie de preguntas para recabar su opinión sobre el proyecto, su utilidad en el aprendizaje y posibles mejoras.



De la actividad participaron un total de 21 estudiantes, de los cuales 18 completaron la encuesta, proporcionando así una muestra representativa para el análisis. Las preguntas, junto con sus opciones y los resultados obtenidos, se presentan a continuación.

Pregunta 1: ¿Consideras que el dispositivo ayuda a comprender mejor el funcionamiento de un control PID?

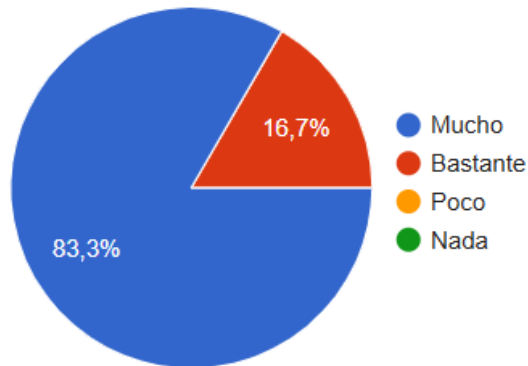


Figura 30. Resultados de la Pregunta 1: Nivel de comprensión del control PID a partir del uso del dispositivo.

Pregunta 2: ¿Te resultó útil la posibilidad de ajustar los parámetros del PID en tiempo

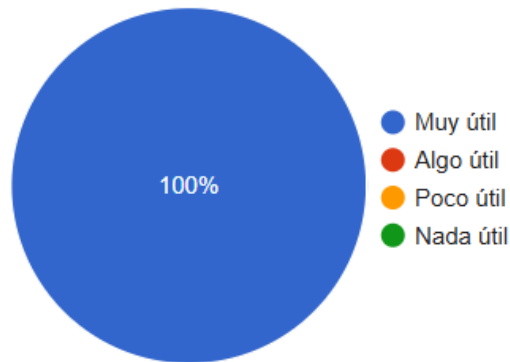


Figura 31. Resultados de la Pregunta 2: Utilidad percibida del ajuste en tiempo real de parámetros PID. real?



Pregunta 3: ¿Crees que este dispositivo podría ser incorporado como herramienta en la materia?



Figura 32. Resultados de la Pregunta 3: Opinión sobre la incorporación del dispositivo como herramienta didáctica en la materia.

Pregunta 4: ¿Te gustaría realizar un proyecto similar en la carrera?



Figura 33. Resultados de la Pregunta 4: Interés en realizar un proyecto similar dentro de la carrera.

Pregunta 5: ¿Qué aspectos del dispositivo mejorarías?

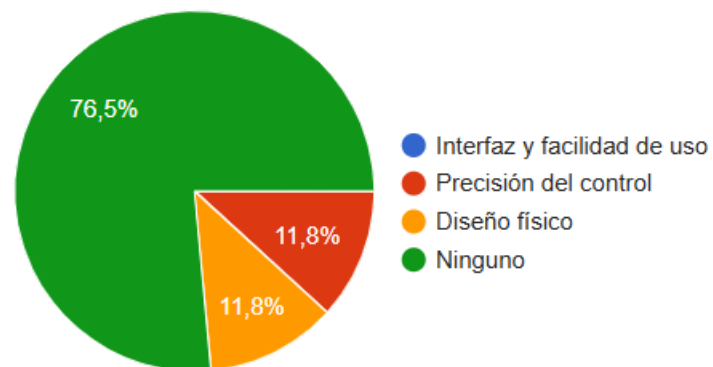


Figura 34. Resultados de la Pregunta 5: Aspectos del dispositivo que los alumnos mejorarían.



A partir de los resultados obtenidos en la encuesta, se pueden destacar varias conclusiones relevantes sobre el impacto educativo del robot balancín.

En primer lugar, en la Pregunta 1, el 83,3 % de los estudiantes (15 de 18) indicaron que el dispositivo les ayudó mucho a comprender el funcionamiento del control PID, mientras que el 16,7 % restante (3 estudiantes) respondió que les ayudó bastante. Estos resultados reflejaron una valoración positiva unánime respecto de la utilidad del prototipo como recurso didáctico.

Esta percepción se ve reforzada por las respuestas a la Pregunta 2, donde el 100 % de los encuestados consideró muy útil la posibilidad de ajustar en tiempo real los parámetros del controlador PID mediante la interfaz gráfica. Esta funcionalidad resultó clave para la exploración práctica de los conceptos teóricos abordados en clase.

En la Pregunta 3, todos los estudiantes coincidieron en que el dispositivo sin dudas debería incorporarse como herramienta complementaria dentro de la materia *Sistemas de Control*. Esto confirma la aplicabilidad del prototipo en el ámbito académico, tanto para demostraciones docentes como para actividades prácticas supervisadas.

En relación con el interés por realizar un proyecto similar, la Pregunta 4 mostró que el 47,1 % de los estudiantes manifestó que sí, totalmente le gustaría desarrollar un dispositivo comparable, mientras que el 41,2 % indicó que le interesaría, pero con otro enfoque. Esta tendencia evidencia que el dispositivo logró captar el interés de la mayoría del alumnado, y que propuestas de este tipo podrían ser una vía efectiva para estimular la creatividad, el compromiso y el aprendizaje activo en la formación de ingenieros.

Finalmente, la Pregunta 5 permitió identificar áreas potenciales de mejora. La mayoría de los estudiantes (76,5 %) no señaló aspectos críticos para modificar, mientras que un 11,8 % sugirió mejoras en la precisión del control y otro 11,8 % en el diseño físico. Estos comentarios resultan valiosos y fueron tenidos en cuenta en el *Capítulo 9: Propuestas de Mejora*, donde se analizan posibles ajustes para futuras versiones del dispositivo.



## 8.2 Implementación en la Materia " Control Digital de Sistemas Mecatrónicos"

El prototipo desarrollado puede ser una herramienta valiosa en esta materia ya que lo que se busca en la misma es permitir a los estudiantes aplicar en un sistema real los conceptos teóricos abordados en la asignatura. Dado que uno de los objetivos de la materia es la identificación de elementos de un sistema mecatrónico y la obtención de su modelo dinámico en tiempo discreto, el robot balancín brinda la posibilidad de ser analizado matemáticamente y caracterizado mediante técnicas de muestreo y discretización.

Además, el dispositivo puede utilizarse para el diseño e implementación de controles digitales. Los estudiantes pueden desarrollar estrategias de control en tiempo discreto, como control PID digital, control por realimentación de estados o incluso métodos más avanzados, e implementarlas en el prototipo mediante microcontroladores o el Arduino que ya posee el dispositivo.

Otra aplicación relevante es el uso del robot balancín como una plataforma experimental para la implementación de algoritmos de filtrado y estimación de estados, lo que se alinea con la enseñanza de observadores en la materia. Mediante sensores y procesamiento digital de señales, los estudiantes pueden desarrollar filtros digitales (como filtros de Kalman o filtros de media móvil) para mejorar la medición de la inclinación del balancín, o encontrar formas de medir la corriente de los motores optimizando el control del sistema.

Gracias a su estructura modular, el prototipo permite una fácil adaptación a distintos enfoques de control, fomentando el aprendizaje basado en la experimentación y la resolución de problemas.



## 8.3 Uso en eventos de Divulgación Científica y Tecnológica

El prototipo desarrollado puede ser utilizado como una herramienta didáctica en distintos eventos de divulgación científica y tecnológica, tales como la Semana de la Ingeniería, IdentiFICA, promoción de carrera, visitas guiadas de estudiantes de nivel secundario y otras instancias de interacción con el público en general.

Su exhibición permitirá no solo despertar el interés de futuros estudiantes en el campo de la ingeniería, sino también acercar conceptos de control automático a personas ajenas al ámbito académico. A través de demostraciones en vivo, es posible explicar de manera visual e intuitiva el funcionamiento de un sistema de control, mostrando cómo los ingenieros Mecatrónicos diseñan, implementan y ajustan estrategias de control para sistemas dinámicos.

Además, al presentar este proyecto en eventos institucionales, ayudara a visibilizar el trabajo realizado en el Laboratorio de Control Automático (LCA), destacando las capacidades y líneas de investigación que allí se desarrollan. De esta manera, el dispositivo no solo cumple una función educativa, sino que también actúa como un puente entre la academia y la sociedad, fomentando el interés por la ingeniería y la automatización en un público más amplio.

## 8.4 Plataforma para Futuros Proyectos y Desarrollos

Una de las principales ventajas de este dispositivo es su diseño modular, que permite que cada componente sea fácilmente reemplazado o modificado. Esto brinda flexibilidad a futuros usuarios, ya sean alumnos o investigadores, que deseen realizar mejoras en el sistema, ya sea en el control, la adquisición de datos o el desempeño general del robot.

Por ejemplo, una posible mejora sería la incorporación de sensores de corriente en cada motor, lo que permitiría medir el consumo en tiempo real. Esta información podría utilizarse para optimizar el control de velocidad de los motores DC, mejorando la estabilidad y eficiencia del sistema. De manera similar, la estructura modular facilita la implementación de nuevas estrategias de control o la integración de sensores adicionales, adaptando el prototipo a distintos proyectos académicos y experimentales.



## CAPITULO 9: Propuestas de Mejoras

### 9.1 Integración de Motores Brushless y Electrónica de Potencia Avanzada

Reemplazo de los motores de corriente continua (DC) por motores brushless (sin escobillas). Si bien ambos tipos de motores son utilizados en aplicaciones de robótica y drones, los motores brushless se destacan por ser la opción preferida en drones de mayor envergadura y rendimiento profesional, debido a sus ventajas técnicas.

Entre las principales ventajas de los motores brushless frente a los DC se pueden destacar:

- Mayor eficiencia energética, debido a la ausencia de fricción por escobillas.
- Menor mantenimiento, ya que no hay desgaste mecánico en contactos internos.
- Mayor vida útil y mayor confiabilidad operativa.
- Mejor respuesta dinámica y mayor capacidad de torque por peso.
- Funcionamiento más silencioso y suave, ideal para aplicaciones precisas.

Este cambio implicaría una actualización del sistema de electrónica de potencia del prototipo, y también requeriría una revisión del código de control y del sistema de alimentación, ya que los motores brushless suelen operar a mayores tensiones y corrientes que los motores DC tradicionales.

Además, para poder controlar motores brushless es necesario incorporar ESC. Este dispositivo se encarga de traducir la señal de control (habitualmente PWM) en una conmutación electrónica precisa que excita las bobinas del motor en el orden y frecuencia adecuados.

Para esta mejora, se puede utilizar prácticamente cualquier conjunto de motor brushless y ESC siempre que se ajuste a las necesidades del prototipo y no implique un gasto excesivo. La recomendación es optar por kits o combos económicos que incluyan todos los componentes necesarios, como el motor brushless, el ESC, la hélice y los adaptadores de acople, lo que facilita

notablemente su integración al sistema existente. En la figura 35 se puede ver un ejemplo de uno de estos conjuntos.



Figura 35. Kit de motor brushless completo con hélice, ESC y adaptadores.

Esta mejora no solo acercaría el proyecto a una configuración más similar a la de un dron real, sino que también permitiría explorar técnicas de control más avanzadas y relevantes para sistemas modernos de propulsión eléctrica.

## 9.2 Diseño de una Estructura de Aislamiento para Seguridad Operativa

Los resguardos constituyen una barrera física entre el operario y las zonas potencialmente peligrosas de un dispositivo. En el caso del robot balancín, la zona crítica corresponde a la estructura pivotante, donde se encuentran los motores y las hélices. Por lo tanto, el diseño y la implementación de resguardos adecuados debe considerar tanto el nivel de riesgo como la frecuencia con la que se necesita acceder a dicha zona.

Dado que, durante eventos de demostración o divulgación, como visitas escolares o exposiciones públicas, el dispositivo puede ser manipulado por personal ajeno o por estudiantes, se vuelve fundamental minimizar cualquier riesgo asociado a las partes móviles. No obstante, en entornos controlados, el operario necesita acceder frecuentemente a esa zona para provocar perturbaciones intencionales o realizar ajustes. Por este motivo, se propone diseñar un sistema de resguardo removible, que pueda colocarse o retirarse con facilidad según las condiciones del entorno y el tipo de uso que se le esté dando al prototipo.



Cabe destacar que, si se mantiene una distancia prudencial entre el público y el dispositivo, y si el operario cuenta con los Elementos de Protección Personal (EPP) adecuados, el uso del resguardo no sería obligatorio, aunque sí recomendable para reforzar la seguridad en cualquier contexto de exposición.

Lo que se propone como mejora futura es el diseño y construcción de una estructura de protección removible que funcione como resguardo físico de las partes móviles del dispositivo. Esta estructura podría adoptar la forma de una jaula prismática, construida con un marco rígido y recubierta en todas sus caras (excepto la base) con malla metálica de trama fina, del tipo galvanizada o de acero inoxidable, comúnmente utilizada para aplicaciones de seguridad o ventilación.

La elección de este material responde a su bajo peso, buena visibilidad, y capacidad para permitir la circulación de aire, lo cual es esencial en este dispositivo ya que permite el flujo de aire. Se propone además incorporar un asa en la cara superior que facilite su colocación y remoción rápida durante sesiones de uso controlado o mantenimiento.

Un ejemplo conceptual de esta propuesta se presenta en la figura 36, donde se ilustra una posible geometría y construcción del resguardo mediante una imagen renderizada del diseño.

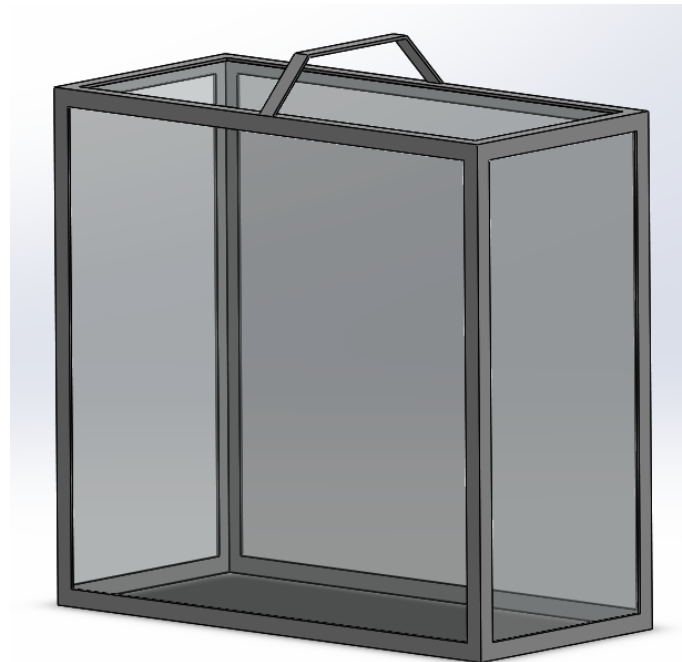


Figura 36. Propuesta de estructura de protección removible con malla metálica para cubrir zonas móviles.



## 9.3 Implementación de una Interfaz SCADA para Supervisión y Control.

Una posible mejora para este dispositivo consiste en la implementación de un sistema de control y adquisición de datos (del inglés: *SCADA Supervisory Control and Data Acquisition*), el cual permitiría tanto la supervisión como el ajuste dinámico de los parámetros del controlador desde una interfaz gráfica dedicada. Gracias a la flexibilidad del Arduino y su compatibilidad con múltiples entornos de desarrollo, es posible establecer comunicación bidireccional a través del puerto serie con una interfaz SCADA desarrollada en plataformas como Python (usando PyQt o Tkinter), Processing, LabVIEW o incluso aplicaciones web.

Esta interfaz permitiría al usuario modificar en tiempo real parámetros como las constantes de un control PID, sin necesidad de reprogramar el microcontrolador, lo que agiliza notablemente los procesos de prueba y puesta a punto. Además, permitiría visualizar en forma gráfica variables de interés como la posición angular del balancín, su velocidad o aceleración, facilitando así el análisis del comportamiento dinámico del sistema ante diferentes configuraciones.

Incluso sería posible implementar funciones adicionales, como guardar datos históricos, comparar gráficamente respuestas del sistema con distintos parámetros, o activar funciones específicas del sistema desde la interfaz, lo que contribuiría a una experiencia más rica e integral para la validación y desarrollo del control digital.

## 9.4 Rediseño del Sistema de Rotación para Evolución hacia un Cuadricóptero

Esta propuesta de mejora contempla una transformación significativa en la estructura del prototipo, orientada a simular el comportamiento dinámico de un cuadricóptero. El rediseño consistiría en incorporar una unión rotulada (también conocida como rótula esférica o unibol), como las que se muestran en la figura 37, reemplazando el sistema de rodamientos actual que solo permite oscilación en un plano. La unión rotulada permite grados de libertad en múltiples

direcciones, es decir, rotaciones simultáneas en los ejes pitch y roll (cabeceo y alabeo), otorgando así un movimiento más representativo de un sistema multirrotor real.



Figura 37. Ejemplo de rótulas esféricas.

Las rótulas esféricas son elementos mecánicos que permiten la articulación entre dos partes mediante una bola alojada en una carcasa, lo que posibilita un movimiento de rotación suave y controlado en múltiples direcciones. Se utilizan comúnmente en aplicaciones que requieren libertad angular combinada, como las suspensiones de vehículos o ciertos mecanismos robóticos. En este caso particular, se propone incorporar una rótula en la unión entre la columna fija (estructura amarilla mostrada en la figura 38) y la estructura móvil (estructura gris), permitiendo movimientos en varias direcciones, tal como lo indican las flechas azules y rojas en la imagen.

Además, para incorporar cuatro motores será necesario rediseñar la estructura de soporte, permitiendo una distribución simétrica y segura de los nuevos elementos, como se aprecia en la figura 38. Este rediseño también implicará la actualización del sistema electrónico, ya que será necesario incorporar electrónica adicional para gestionar el funcionamiento de los nuevos motores y nuevas formas de medir la posición de la estructura móvil con el uso por ejemplo de acelerómetros.

Esta modificación no solo expandirá el rango de aplicaciones educativas del dispositivo, sino que también lo acercará a la realidad de los sistemas de control aplicados en plataformas aéreas, fortaleciendo su utilidad como herramienta formativa y de experimentación segura.

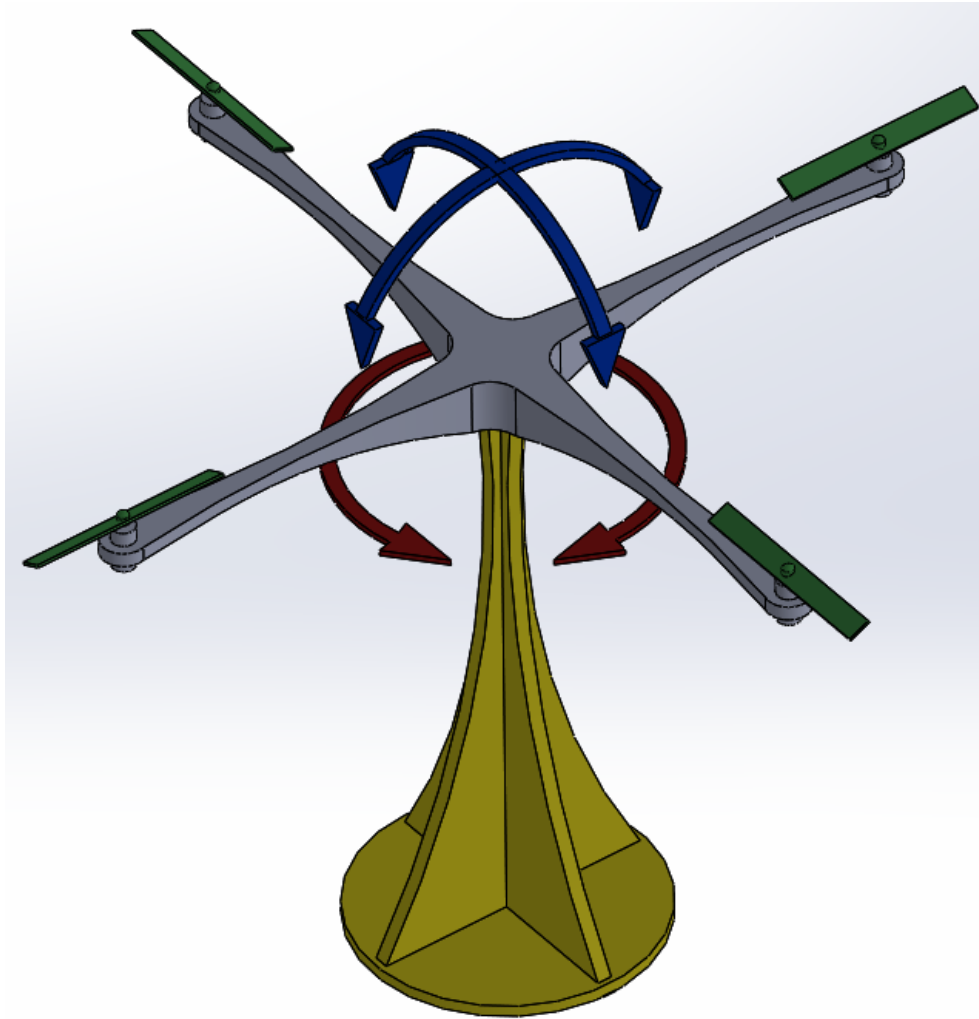


Figura 38. Diseño renderizado de la posible estructura de soporte adaptada para cuatro motores.

En conclusión, las mejoras presentadas en este capítulo representan un conjunto de posibles líneas de evolución para el dispositivo, tanto desde el punto de vista funcional como educativo. Cada propuesta tiene como objetivo aumentar el valor didáctico, la seguridad y la versatilidad del prototipo.

Estas iniciativas no sólo abren la puerta a futuras líneas de investigación y desarrollo en el área de control, sino que también transforman al dispositivo en una plataforma experimental más robusta, flexible y alineada con tecnologías modernas. En conjunto, las propuestas refuerzan el carácter modular del diseño original, permitiendo su adaptación a diferentes contextos de uso y niveles de complejidad, desde la enseñanza básica de control hasta la validación de algoritmos aplicados a sistemas multirrotores.



## CAPITULO 10: Conclusiones

Este proyecto transformó un dispositivo de lazo abierto en una plataforma educativa versátil, capaz de simular el comportamiento dinámico de sistemas de control automático en tiempo real. A partir del desarrollo de un modelo matemático representativo, la implementación de un controlador PID y el diseño de una interfaz gráfica intuitiva, se logró un sistema estable, funcional y adaptable a distintos niveles de formación. Su bajo costo, junto con la facilidad de interacción y personalización, lo posicionan como una herramienta didáctica accesible y eficaz. El análisis de costos y las pruebas experimentales de validación confirmaron no solo la viabilidad técnica del prototipo, sino también su impacto positivo como recurso pedagógico. Por otra parte, las mejoras propuestas amplían su aplicabilidad hacia contextos más complejos, incluyendo entornos vinculados al control de vehículos autónomos o sistemas tipo dron.

Este trabajo también representó una experiencia formativa profundamente enriquecedora. Constituyó un ejercicio multidisciplinario que integró conocimientos y habilidades de distintas áreas de la carrera, tales como control automático, electrónica analógica y digital, programación embebida, diseño mecánico y modelado de sistemas físicos. Abordar este proyecto exigió tomar decisiones de diseño fundamentadas, resolver problemas reales con recursos limitados, y adaptar conceptos teóricos a situaciones prácticas concretas. En este proceso, no solo se consolidaron competencias técnicas clave, sino que también se desarrollaron aptitudes blandas esenciales como la planificación, la autogestión, la comunicación técnica y la resiliencia ante la frustración.

A lo largo de su desarrollo, el proyecto funcionó como una instancia integradora que puso a prueba la formación recibida durante toda la carrera. Superar los distintos desafíos reforzó la vocación por la ingeniería y evidenció el potencial de la disciplina como herramienta transformadora. Así, lo que comenzó como una idea sencilla, terminó convertido en un sistema complejo y funcional, que puede ser replicado y mejorado por futuros estudiantes o investigadores, y que deja un aporte tangible tanto al entorno académico como al personal.

Este proyecto no solo sienta las bases para futuras investigaciones en estrategias de control más avanzadas, sino que también reivindica el valor de las plataformas educativas como puentes entre la teoría y la práctica. En definitiva, se ha logrado demostrar que con dedicación, creatividad y trabajo constante, es posible materializar una idea en una solución concreta, útil y con proyección real.



## Glosario

- ADC Convertidor analógico digital, del inglés *Analog to Digital Converter*. Permite que una señal analógica (como la salida de un sensor) sea leída por un microcontrolador digital como Arduino, expresándola como un número binario.
- DOF Grado de libertad, del inglés *Degree of Freedom*. Representa la cantidad de movimientos independientes que puede realizar un sistema mecánico. Por ejemplo, un tiene seis DOF: tres traslacionales (ejes X, Y, Z) y tres rotacionales (roll, pitch y yaw).
- ESC Controlador electrónico de velocidad, del inglés *Electronic Speed Controller*. Dispositivo utilizado para regular la velocidad, dirección y potencia de motores eléctricos, generalmente Brushless, especialmente en drones y vehículos eléctricos.
- KI Constante integral en un controlador PID. Ajusta la influencia del error acumulado en el tiempo, ayudando a eliminar el error en estado estacionario y mejorando la precisión del sistema.
- KD Constante derivativa en un controlador PID. Actúa sobre la velocidad de cambio del error, proporcionando una acción anticipativa que reduce las oscilaciones y mejora la estabilidad.
- KP Constante proporcional en un controlador PID. Determina la magnitud de la respuesta del sistema frente al error presente. A mayor valor, mayor corrección instantánea.
- LCD Pantalla de cristal líquido, del inglés *Liquid Crystal Display*. Dispositivo utilizado para mostrar información alfanumérica o gráfica. Es de bajo consumo y común en proyectos con microcontroladores como Arduino.
- PWM Modulación por ancho de pulso, del inglés *Pulse Width Modulation*. Técnica de control digital que ajusta la potencia entregada a dispositivos (como motores o LEDs) variando el ciclo de trabajo de una señal cuadrada.
- SI Sistema Internacional de Unidades. Conjunto de unidades estándar basado en siete magnitudes fundamentales (longitud, masa, tiempo, corriente eléctrica, temperatura, cantidad de sustancia e intensidad luminosa). Facilita la coherencia y comparación de mediciones científicas y técnicas.
- UAV Vehículo aéreo no tripulado, del inglés *Unmanned Aerial Vehicle*. Plataforma voladora sin piloto a bordo, controlada remotamente o de forma autónoma. Utilizada en aplicaciones civiles, científicas y militares.



## Referencias Bibliográficas

- [1] B. Artoni, «Diseño y Construcción de un Robot Balancín para Demostración de Técnicas de Control y Simulación de Drones en Grados de Libertad Limitados,» Universidad Nacional de San Luis. Facultad de Ingeniería y Ciencias agropecuarias , Villa Mercedes, 2025.
- [2] P. B. FERDINAND y J. E. RUSSELL JOHNSTON, Mecánica Vectorial (Novena edición), México, D. F.: MCGRAW-HILL/INTERAMERICANA, 2010.
- [3] J. J. Craig, Introduction to Robotics Mechanics and Control (Third Edition), Pearson Education International, 2005.
- [4] K. Ogata, Ingeniería de control moderna (Quinta edición), Madrid: Pearson, 2010.
- [5] B. C. Kuo, Sistemas de Control Automático, México D. F. : Prentice-Hall, 1996.
- [6] K. Ogata, Sistemas de Control en Tiempo Discreto (Segunda Edición), Naucalpan de Juárez Estado de México: Prentice-Hall, 1996.
- [7] G. F. Franklim, P. J. David y M. L. Workman, Digital Control of Dynamic Systems (Third edition), Ellis-Kagle Press, 1998.
- [8] J. L. Devore, Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias (septima edición), San Luis Obispo: Cengage Learning, 2008 .
- [9] L. D. Gelatti, «Implementación de un Controlador No Lineal,» Villa Mercedes , 2024.
- [10] J. Sofrony Esmeral, «Diseño de Control Robusto de Velocidad de Motores Brushless para Robótica Aérea,» Universidad Nacional de Colombia , 2010.
- [11] D. M. Carpio Holguin, «Diseño e implementación de un control PID con ganancias programadas utilizando un sistema embebido Launchpad MSP430 para planta balón y viga,» Universidad Politécnica Salesiana Ecuador, 2018.
- [12] «Control System Designer,» Control System Designer, 2025. [En línea]. Available: <https://la.mathworks.com/help/control/ref/controlsystemdesigner-app.html>. [Último acceso: 11 Abril 2025].
- [13] «PID Controller,» The MathWorks, Inc, 2025. [En línea]. Available: [https://la.mathworks.com/help/simulink/sref/pidcontroller.html?searchHighlight=PID+Controller&s\\_tid=srchtitle\\_support\\_results\\_1\\_PID+Controller](https://la.mathworks.com/help/simulink/sref/pidcontroller.html?searchHighlight=PID+Controller&s_tid=srchtitle_support_results_1_PID+Controller). [Último acceso: 11 Abril 2025].
- [14] M. S. Team, «Simulink Support Package for Arduino Hardware,» The MathWorks, Inc, 11 Diciembre 2024. [En línea]. Available: <https://la.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/40312-simulink-support-package-for-arduino-hardware>. [Último acceso: 14 Marzo 2025].



## **Anexo A – Manual de Uso del Prototipo**

El presente manual tiene como objetivo brindar una guía clara y concisa para la correcta utilización del prototipo desarrollado. Incluye instrucciones detalladas sobre su encendido, operación básica, interacción con la interfaz gráfica, procedimientos de calibración y consideraciones de seguridad. Este documento fue diseñado pensando en su aplicación en entornos educativos, por lo que se prioriza un lenguaje accesible y orientado a facilitar la comprensión del funcionamiento del sistema por parte de estudiantes y docentes. De esta manera, se busca asegurar una experiencia de uso efectiva y segura, promoviendo al mismo tiempo el aprendizaje práctico de conceptos vinculados al control automático.